

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{1}{4} + 3 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) = 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 9$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} = x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A , numărul natural $n(n+1)$ să fie multiplu de 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,8)$, $B(8,4)$ și M , mijlocul segmentului OA . Arătați că triunghiul OBM este isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 6$ și $AC = 3AB$. Arătați că $BC = 2\sqrt{10}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 4 \\ -1 & a-4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(M(0)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $M(3) + 2M(0) = 3M(1)$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $M(a) \cdot M(0) = 3M(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4(x+y)$.
- 5p** a) Arătați că $1 \circ 2 = 14$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x \circ 3 = x$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $2^x \circ 4 = 2^{x+4}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2(x+2)}{(x^2 + 4x + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1) \cdot f(x) = 1$.
- 5p** c) Demonstrați că $5f(x) + f(-x) \leq 2$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 + 2x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = \frac{8}{3}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^2 \frac{1}{f(x) - 5x^2} dx = \frac{\ln 5}{2}$.
- 5p** c) Determinați primitiva $G: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x) - 2x}{\sqrt{x}}$, pentru care $G(1) = 5$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{4} + 3 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{5}{4} =$ $= \frac{1}{4} + \frac{15}{4} = 4$	3p 2p
2.	$f(a) = 4a - 9$, pentru orice număr real a $4a - 9 = a$, de unde obținem $a = 3$	2p 3p
3.	$2x - 1 = x^2$, deci $x^2 - 2x + 1 = 0$ $x = 1$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea A are 8 elemente, deci sunt 8 cazuri posibile În mulțimea A sunt 2 numere n pentru care numărul $n(n+1)$ este multiplu de 10, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$	2p 3p
5.	$M(3,4)$, $OM = 5$ $BM = 5$, deci $OM = BM$, de unde obținem că triunghiul OBM este isoscel	3p 2p
6.	$AB = 2$ $BC^2 = 2^2 + 6^2 = 40$, de unde obținem $BC = 2\sqrt{10}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$M(0) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-4) - 4 \cdot (-1) =$ $= -4 + 4 = 0$	3p 2p
b)	$M(3) = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $M(3) + 2M(0) = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -3 & -9 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = 3M(1)$	3p 2p
c)	$M(a) \cdot M(0) = \begin{pmatrix} a-3 & 4a-12 \\ 3-a & 12-4a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a $\begin{pmatrix} a-3 & 4a-12 \\ 3-a & 12-4a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ -3 & -12 \end{pmatrix}$, de unde obținem $a = 6$	3p 2p
2.a)	$1 \circ 2 = 1 \cdot 2 + 4(1+2) =$ $= 2 + 12 = 14$	3p 2p
b)	$x \circ 3 = 7x + 12$, pentru orice număr real x $7x + 12 = x$, de unde obținem $x = -2$	3p 2p

c)	$2^x \circ 4 = 2^x \cdot 4 + 4(2^x + 4) = 8 \cdot 2^x + 16$, pentru orice număr real x	2p
	$8 \cdot 2^x + 16 = 2^{x+4} \Leftrightarrow 2^{x+3} = 2^4$, de unde obținem $x = 1$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1' \cdot (x^2 + 4x + 5) - 1 \cdot (x^2 + 4x + 5)'}{(x^2 + 4x + 5)^2} =$	2p
	$= \frac{0 - (2x + 4)}{(x^2 + 4x + 5)^2} = \frac{-2(x + 2)}{(x^2 + 4x + 5)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1) \cdot f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}\right)} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}} = 1$	2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$; pentru orice $x \in (-\infty, -2]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty, -2]$ și, pentru orice $x \in [-2, +\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-2, +\infty)$	2p
	$x \in [0, +\infty) \Rightarrow -x \in (-\infty, 0]$, deci $f(x) \leq f(0)$ și $f(-x) \leq f(-2)$ și, cum $f(0) = \frac{1}{5}$ și $f(-2) = 1$, obținem $5f(x) + f(-x) \leq 2$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$	3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = \int_0^1 (5x^2 + 1) dx = \frac{5x^3}{3} \Big _0^1 + x \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}$	2p
b)	$\int_0^2 \frac{1}{f(x) - 5x^2} dx = \int_0^2 \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{(2x+1)'}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big _0^2 =$	3p
	$= \frac{\ln 5}{2} - \frac{\ln 1}{2} = \frac{\ln 5}{2}$	2p
c)	$g(x) = 5x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, x \in (0, +\infty)$; $\int g(x) dx = \int \left(5x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + C$, deci $G(x) = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$, unde c este număr real	3p
	$G(1) = 5 \Rightarrow c = 1$, deci $G(x) = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 1, x \in (0, +\infty)$	2p