

Testare inițială, clasa a XII-a
Matematică *M_tehnologic*
30.09.2025

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 2$ și $a_5 = 14$. Să se calculeze a_{2026} . |
| 5p | 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax - 3$. Determinați valorile reale ale lui a știind că punctul $A(a, 6)$ aparține graficului funcției f . |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x - 3) = 2$. |
| 5p | 4. După o scumpire cu 15% prețul unui obiect este de 575 lei. Să se afle prețul înainte de scumpire. |
| 5p | 5. Să se scrie ecuația dreptei d care trece prin punctul $A(1, -2)$ și este paralelă cu dreapta de ecuație $d_1: 3x - y + 1 = 0$. |
| 5p | 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC dacă $AB = 4, AC = 5$ și măsura unghiului A este de 135° . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|--|---|
| Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} -1 & x-2 \\ x & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. | |
| 10p | a) Arătați că $\det B(1) = 3$. |
| 10p | b) Arătați că $3B(3) - B(5) = 2B(2)$. |
| 10p | c) Determinați numărul real x pentru care $B(-2x) \cdot B(x) = A$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|--|---|
| Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - \frac{e^x}{x+e^x}$. | |
| 10p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^x(1-x)}{(x+e^x)^2}$. |
| 10p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f . |
| 10p | c) Arătați că $1 \leq f(x) \leq \frac{2+e}{1+e}$, pentru orice $x \in [0, \infty)$. |

Testare inițială, clasa a XII-a

Matematică *M_tehnologic*

30.09.2025

Barem de evaluare și notare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$a_5 = a_1 + 4r \Rightarrow 4r = 12 \Rightarrow r = 3$ $a_{2026} = a_1 + 2025r = 6077$	3p 2p
2.	$f(a) = 6 \Leftrightarrow a^2 = 9$ $a = -3$ sau $a = 3$.	3p 2p
3.	$2x - 3 = 3^2 \Leftrightarrow 2x - 3 = 9$ $x = 6$, care convine.	3p 2p
4.	$x + \frac{15}{100} \cdot x = 575$, unde x este prețul înainte de scumpire $x = 500$ de lei.	3p 2p
5.	$d_1 \parallel d \Rightarrow m_{d_1} = m_d = 3$ $A(1, -2) \in d \Rightarrow d: y - y_A = m_d(x - x_A)$ $d: y - (-2) = 3(x - 1) \Rightarrow d: y = 3x - 5$.	2p 1p 2p
6.	$A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin 135^\circ}{2}$ $\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 135^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $A_{\triangle ABC} = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II -lea		(30 de puncte)
a)	$B(1) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B(1) = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-2) - (-1) \cdot 1 =$ $= 2 + 1 = 3$.	6p 4p
b)	$3B(3) - B(5) = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 9 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 2B(2)$.	6p 4p
c)	$B(-2x) \cdot B(x) = \begin{pmatrix} -2x^2 - 2x + 1 & 3x + 6 \\ 0 & -2x^2 + 4x \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2x^2 - 2x + 1 & 3x + 6 \\ 0 & -2x^2 + 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 0$.	6 4p

SUBIECTUL al III -lea		(30 de puncte)
a)	$f'(x) = 2' - \frac{(e^x)' \cdot (x + e^x) - (e^x) \cdot (e^x + x)'}{(e^x + x)^2} =$ $= 0 - \frac{e^x \cdot (x + e^x) - (e^x) \cdot (e^x + 1)}{(e^x + x)^2} = \frac{e^x(1-x)}{(x+e^x)^2}.$	6p 4p
b)	$f(1) = \frac{2+e}{1+e}, f'(1) = 0$ Ecuția tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = \frac{2+e}{1+e}$.	6p 4p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0, \infty);$ $f'(x) \geq 0, \text{ pentru orice } x \in [0, 1] \Rightarrow f \text{ este crescătoare pe } [0, 1];$ $f'(x) \leq 0, \text{ pentru orice } x \in [1, \infty] \Rightarrow f \text{ este descrescătoare pe } [1, \infty];$ $f(1) = \frac{2+e}{1+e}, \quad f(0) = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1,$ $1 \leq f(x) \leq \frac{2+e}{1+e}, \text{ pentru orice } x \in [0, \infty).$	2p 2p 2p 2p 2p