

Testare inițială, clasa a XII-a
Matematică M_{șt}-naturii
30.09.2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze $\log_6 12 + 2\log_6 3 - \log_6 3$.
- 5p 2. Să se rezolve ecuația $\sqrt{x+3} = x+1$.
- 5p 3. Să se calculeze suma $2 + 5 + 8 + \dots + 29$.
- 5p 4. Să se calculeze n natural pentru care are loc relația $C_n^1 + C_n^2 = 45$
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5, -1)$ și $B(3, 1)$. Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de punctul B .
- 5p 6. Să se calculeze $\lg(\sin 1^\circ) \cdot \lg(\sin 2^\circ) \cdot \dots \cdot \lg(\sin 90^\circ)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- În sistemul xOy considerăm punctele $A_n(n, n^2), n \in \mathbb{N}$. Fie determinantul
- $$\Delta = \begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R}.$$
- 10p a) Determinați ecuația dreptei A_1A_2 .
- 10p b) Demonstrați că $\Delta = (a-b)(b-c)(c-a)$.
- 10p c) Determinați valoarea numărului $n \in \mathbb{N}$, pentru care aria triunghiului $A_1A_2A_n$ este egală cu 45.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Fie $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x)$.
- 10p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-x}{(1+x)^2}$.
- 10p b) Stabiliți monotonia funcției f .
- 10p c) Demonstrați că $x < (1+x) \ln(1+x), (\forall) x > 0$.

Testare inițială, clasa a XII-a

Matematică *M_șt-naturii*

30.09.2025

Barem de evaluare și notare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I			(30 de puncte)
1.	$\log_6 12 + 2\log_6 3 - \log_6 3 = \log_6 12 + \log_6 3^2 - \log_6 3$		2p
	$= \log_6 12 \cdot 9 - \log_6 3$		1p
	$= \log_6 \frac{12 \cdot 9}{3}$		1p
	$= \log_6 36 = 2$		1p
2.	CE: $x + 3 \geq 0$		1p
	$x + 3 = (x + 1)^2$		2p
	$x + 3 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0, \Delta = 9$		1p
	$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, x_2 = \frac{-1-3}{2}$ nu convine		1p
3.	$a_1 = 2, r = 3, a_n = 29$ $\Rightarrow a_1 + (n - 1)r = 29$		1p
	$2 + (n - 1) \cdot 3 = 29 \Leftrightarrow n - 1 = 9 \Leftrightarrow n = 10$		2p
	$S_{10} = \frac{10(a_1 + a_{10})}{2} = 5(2 + 29) = 5 \cdot 31 = 155$		2p
4.	CE: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ $\frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 45$		2p
	$n + \frac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow 2n + n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 + n - 90 = 0$		2p
	$\Delta = 36, n_1 = 9, n_2 = -10$ nu convine		1p
5.	Fie A' simetricul lui A față de $B \Leftrightarrow B$ mijl lui AA'		2p
	$B\left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2}\right) \Rightarrow \frac{5 + x_{A'}}{2} = 3, \frac{-1 + y_{A'}}{2} = 1$		2p
	$A'(1, 3)$		1p
6.	$\sin 90^\circ = 1 \Rightarrow \lg(\sin 90^\circ) = 0$		3p
	$\lg(\sin 1^\circ) \cdot \lg(\sin 2^\circ) \cdot \dots \cdot \lg(\sin 90^\circ) = 0$		2p

SUBIECTUL al II-lea			(30 de puncte)
a)	$A_1(1, 1), A_2(2, 4)$		2p
	$(A_1 A_2): \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$		3p
	$(A_1 A_2): x + 4 + 2y - 2 - 4x - y = 0$		3p
	$(A_1 A_2): -3x + y + 2 = 0$		2p
b)	$\Delta \begin{vmatrix} l_2 - l_1 & a & a^2 & 1 \\ l_3 - l_1 & b - a & b^2 - a^2 & 0 \\ & c - a & c^2 - a^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b - a & (b - a)(b + a) \\ c - a & (c - a)(c + a) \end{vmatrix}$		5p

	$\Delta = (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & (b+a) \\ 1 & (c+a) \end{vmatrix}$	2p
	$\Delta = (b-a)(c-a)(c+a-b-a) = (a-b)(b-c)(c-a)$	3p
c)	$A_{\Delta A_1 A_2 A_n} = \frac{1}{2} \cdot \Delta $	1p
	$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ n & n^2 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 2n^2 + n - 4n - n^2 - 2 = n^2 - 3n + 2$	4p
	$\frac{1}{2} n^2 - 3n + 2 = 45 \Leftrightarrow n^2 - 3n + 2 = \pm 90$	2p
	$n^2 - 3n - 88 = 0 \Rightarrow \Delta = 361 \Rightarrow n = 11$ $n^2 - 3n + 92 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$	3p

SUBIECTUL al III-lea		(30 de puncte)									
a)	$f'(x) = \left(\frac{x}{1+x} - \ln(x+1)\right)' = \left(\frac{x}{1+x}\right)' - (\ln(x+1))'$	3p									
	$f'(x) = \frac{x'(1+x) - x(1+x)'}{(1+x)^2} - \frac{1}{x+1}(x+1)'$	3p									
	$f'(x) = \frac{1+x-x}{(1+x)^2} - \frac{1}{x+1} = \frac{-x}{(1+x)^2}$	4p									
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{(1+x)^2} = 0 \Rightarrow x = 0 \notin (0, \infty)$	3p									
	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>0-----</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="2"></td></tr></table>	x	0	$+\infty$	$f'(x)$	0-----		$f(x)$			5p
	x	0	$+\infty$								
	$f'(x)$	0-----									
	$f(x)$										
$\text{Pt } x > 0 \Rightarrow \frac{-x}{(1+x)^2} < 0$											
f strict descrescătoare pe $(0, \infty)$		2p									
c)	$\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0, x > 0} \left(\frac{x}{1+x} - \ln(1+x)\right) = \frac{0}{1} - \ln 1 = 0$ și	2p									
	f descrescătoare pe $(0, \infty)$ conform b) rezultă	2p									
	$f(x) < 0, \forall x \in (0, \infty)$	2p									
	$\frac{x}{x+1} - \ln(x+1) < 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} < \ln(x+1)$	3p									
	$x < (x+1) \ln(x+1), \forall x > 0$	1p									