Departament Matematică: rares.cotoi@zecelaexamene.ro

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_*mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $(1+i)^4 \in \mathbb{Z}$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-5x+9$. Determinați valorile reale ale parametrului a, astfel încât punctul $A(a,3)$ să aparțină graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 a=\log_8 27$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie pătrat perfect sau cub perfect.

5p **5.** În triunghiul ABC se consideră punctele $D\in AB$ și $E\in AC$ astfel încât $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\cdot\overrightarrow{AC}$. Determinați numărul natural a, astfel încât $a\cdot\overrightarrow{DE}=5\overrightarrow{AB}+9\overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Calculați $\sin^2 1°+\sin^2 2°+\sin^2 3°+\cdots+\sin^2 90°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 1\\ 1 & -a & -1\\ 1 & 1 & a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+y+z=1\\ x-ay-z=1\\ x+y+az=2\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=0$.

5p **b)** Stabiliți pentru ce valori ale parametrului a, matricea $A(a)$ **nu** este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=0$, demonstrați că sistemul are o infinitate de soluții de forma (x_0,y_0,z_0), cu x_0, y_0, z_0 numere întregi, astfel încât $x_0-z_0=y_0+z_0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+15X+m$, unde m este un parametru real nenul.

5p **a)** Pentru $m=-10$, arătați că $X=1$ este rădăcină a polinomului f.

5p **b)** Determinați valoarea parametrului m pentru care f este divizibil cu polinomul $X-3$.

5p **c)** Demonstrați că, oricare ar fi valoarea parametrului m, rădăcinile polinomului f, x_1,x_2 și x_3 **nu** pot fi, în același timp, numere întregi.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^3}$, $x\in(-1,\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este injectivă, dar **nu** este bijectivă.

Academia Zece la Examene
Website: https://zecelaexamene.ro
Departament Matematică: rares.cotoi@zecelaexamene.ro

	2. Pentru fiecare număr natural n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+4} x^n \, dx$.
5p	**a)** Calculați I_0.
5p	**b)** Arătați că $I_1 = \sqrt{5} - 2$.
5p	**c)** Arătați că $nI_n + 4(n-1)I_{n-2} = \sqrt{5}$.