



Concursul Interjudețean de Matematică și
Informatică „Grigore Moisil”
Cluj-Napoca, 22 martie 2025

Clasa a VI -a

6.1 Determinați numerele prime x , y , z pentru care

$$\frac{2(y+z)}{x} = \frac{8(x+y+z)}{15} = \frac{7(x+y)}{z}.$$

6.2 Pe tablă sunt scrise 5 numere naturale consecutive de două cifre. Printre ele există 3 cu suma divizibilă cu 37 și 3 cu suma divizibilă cu 71. Care sunt cele 5 numere scrise pe tablă?

6.3 Spunem că un număr natural nenul n este ”neverosimil” dacă există n numere întregi (nu neapărat distincte) cu suma și cu produsul egale cu n (de exemplu numărul 12 este neverosimil, pentru că numerele $-1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3$ au suma și produsul 12). Demonstrați că:

- Numărul 2^{10} este neverosimil.
- Numerele care dau restul 2 la împărțirea la 4 nu sunt neverosimile.

6.4 Triunghiul isoscel ABC cu laturile congruente AB și AC are măsura unghiurilor de la bază cuprinsă între 30° și 60° . În interiorul triunghiului considerăm punctul P cu proprietatea că $\angle PBC = 30^\circ$ și $\angle PCB = 60^\circ - \angle C$. Notăm cu M mijlocul lui $[BC]$ și cu Q intersecția dreptelor BP și AM .

- Demonstrați că $\triangle AQC \equiv \triangle PQC$.
- Determinați măsura unghiului A știind că $\angle APC = 75^\circ$.

Timpu de lucru este de 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.