Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1**. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 3$ și $a_2 = 10$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a+g(2)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(10x-1)=2$.

5p **4.** După o ieftinire cu 45%, un produs costă 110 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(0,-1)$, $C(8,3)$. Arătați că $AB = AM$, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6$ și $AC=8$. Arătați că $\sin C=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & 3a\\ a & 2a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=2$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(1)\cdot A(1)+2I_2=xA(1)$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X\cdot A(2)=A(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy-2x-2y+6$.

5p **a)** Arătați că $0*2=2$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*(2x)=6$.

5p **c)** Știind că $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”, determinați numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „$*$” este 4.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-2-\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)+\ln x}{3x-3}=\frac{4}{3}$.

5p **c)** Arătați că $\frac{4x^2-1}{2}\geq\ln(2x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+2x+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 (f(x)-2x)\,dx=e+1$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^3 \frac{1}{f(x)-e^x}\,dx=\ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx=5+\frac{a}{e}$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r = a_2 - a_1 = 7$, unde r este rația progresiei aritmetice	**3p**
	$a_3 = 10 + 7 = 17$	**2p**
2.	$g(2) = 4$, $f(a) = 3a - 4$, pentru orice număr real a	**3p**
	$3a - 4 = a + 4$, de unde obținem $a = 4$	**2p**
3.	$10x - 1 = 3^2$, deci $10x - 1 = 9$	**3p**
	$x = 1$, care convine	**2p**
4.	$x - \frac{45}{100} \cdot x = 110$, unde x este prețul produsului înainte de ieftinire	**3p**
	$x = 200$ de lei	**2p**
5.	$AB = 5$	**2p**
	$M(4,1)$, deci $AM = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$, de unde obținem $AB = AM$	**3p**
6.	$BC = 10$	**2p**
	$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7 - 2 \cdot 6 =$	**3p**
	$= 14 - 12 = 2$	**2p**
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 6 & 28 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 18 \\ 6 & 30 \end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$	**3p**
	$xA(1) = 6A(1)$, de unde obținem $x = 6$	**2p**
c)	Cum $\det(A(2)) \neq 0$, $X = (A(2))^{-1} \cdot A(0) \cdot (A(2))^{-1}$; $A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$	**2p**
	$(A(2))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $X = \begin{pmatrix} 9 & -9 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$0 * 2 = 0 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 2 + 6 =$	**3p**
	$= 0 - 0 - 4 + 6 = 2$	**2p**
b)	$x * (2x) = 2x^2 - 6x + 6$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2x^2 - 6x + 6 = 6$, deci $2x^2 - 6x = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 3$	**3p**
c)	$x * 4 = 4 * x = 3$, de unde obținem $4x - 2x - 8 + 6 = 3$	**3p**
	$x = \frac{5}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=4x-\dfrac{1}{x}=$	**3p**
	$=\dfrac{4x^2-1}{x}=\dfrac{(2x-1)(2x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)+\ln x}{3x-3}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-2}{3x-3}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2(x-1)(x+1)}{3(x-1)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2(x+1)}{3}=\dfrac{4}{3}$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$; pentru orice $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ și, pentru orice $x\in\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$	**2p**
	$f(x)\ge f\left(\dfrac{1}{2}\right)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$ și, cum $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{3}{2}-\ln\dfrac{1}{2}$, obținem $\dfrac{4x^2-1}{2}\ge\ln(2x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int\limits_0^1\left(f(x)-2x\right)dx=\int\limits_0^1\left(e^x+2\right)dx=\left.\left(e^x+2x\right)\right\vert_0^1=$	**3p**
	$=e+2-1=e+1$	**2p**
b)	$\int\limits_0^3\dfrac{1}{f(x)-e^x}dx=\int\limits_0^3\dfrac{1}{2x+2}dx=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^3\dfrac{1}{x+1}dx=\left.\dfrac{1}{2}\ln(x+1)\right\vert_0^3=$	**3p**
	$=\dfrac{\ln 4}{2}-\dfrac{\ln 1}{2}=\ln 2$	**2p**
c)	$\int\limits_0^1\dfrac{f(x)}{e^x}dx=\int\limits_0^1\left(1+(2x+2)e^{-x}\right)dx=\left.x\right\vert_0^1+\int\limits_0^1(2x+2)\left(-e^{-x}\right)'dx=$	**3p**
	$=\left.1-(2x+4)e^{-x}\right\vert_0^1=5-\dfrac{6}{e}$, deci $5+\dfrac{a}{e}=5-\dfrac{6}{e}$, de unde obținem $a=-6$	**2p**