**Examenul național de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***

**Simulare**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Arătați că $\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)-2-5\sqrt{2}=8$.

**5p** **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+7$. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f$ și $g$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x}\cdot\frac{1}{3^3}=9^x$.

**5p** **4.** În cadrul unei campanii promoționale toate produsele se vând cu $70\%$ din prețul afișat la raft, iar produsele electronice sunt ieftinite cu încă $10\%$ din noul preț. Determinați prețul de vânzare în cadrul campaniei al unui produs electronic cu prețul afișat la raft de $900$ de lei.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,5)$, $B(5,3)$, $C(8,4)$ și $D$, mijlocul segmentului $AB$. Arătați că triunghiul $ODC$ este isoscel.

**5p** **6.** Se consideră triunghiul $ABC$ dreptunghic în $A$, cu $AB=4$ și $\sin B=\frac{1}{3}$. Arătați că $AC=\sqrt{2}$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y-\frac{xy}{6}+1$.

**5p** **1.** Arătați că $2\circ 3=5$.

**5p** **2.** Arătați că $x\circ y=7-\frac{1}{6}(x-6)(y-6)$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **3.** Determinați numărul real $x$ pentru care $x\circ 4=4$.

**5p** **4.** Determinați perechile $(m,n)$ de numere întregi, cu $m<n$, pentru care $m\circ n=\frac{1}{6}$.

**5p** **5.** Determinați numerele reale $x$ pentru care $(0\circ x)\circ(x+1)=1$.

**5p** **6.** Determinați tripletele $(a,b,c)$ de numere reale, știind că numerele $a$, $b$ și $c$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice cu rația $6$ și $b\circ c=-5$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2x&3x+1\\1-x&1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **1.** Arătați că $\det\left(B(1)\right)=2$.

**5p** **2.** Arătați că $B(1)\cdot B(2)-B(2)=11A$.

**5p** **3.** Determinați numărul real $a$ pentru care $\det\left(B(-1)+aA\right)=0$.

**5p** **4.** Arătați că $B(-x)+2B(x)=3B\left(\frac{x}{3}\right)$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **5.** Determinați numărul real $x$ pentru care $A\cdot\left(B(x)+I_2\right)=B(x)\cdot A$.

**5p** **6.** Arătați că, pentru orice numere întregi $m$ și $n$, numărul $N=\det\left(B(2m)-B(2n+1)\right)$ este natural, multiplu impar de $3$.

**Examenul național de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Simulare**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)-2-5\sqrt{2}=2\cdot 5+\sqrt{50}-2-5\sqrt{2}=10+5\sqrt{2}-2-5\sqrt{2}=$ | **3p** |
| | $=10-2=8$ | **2p** |
| **2.** | $f(x)=g(x)$, deci $3x-1=x+7$ | **3p** |
| | $x=4$ | **2p** |
| **3.** | $3^{3x-3}=3^{2x}$, de unde obținem $3x-3=2x$ | **3p** |
| | $x=3$ | **2p** |
| **4.** | $\frac{70}{100}\cdot 900=630$ de lei | **2p** |
| | $630-\frac{10}{100}\cdot 630=567$ de lei este prețul de vânzare al produsului | **3p** |
| **5.** | $D(3,4)$ | **2p** |
| | $OD=\sqrt{3^2+4^2}=5$, $DC=5$, deci triunghiul $ODC$ este isoscel | **3p** |
| **6.** | $\frac{AC}{BC}=\frac{1}{3}$, deci $BC=3AC$ | **2p** |
| | $4^2+AC^2=9AC^2$, deci $AC^2=2$, de unde obținem $AC=\sqrt{2}$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2\circ 3=2+3-\frac{2\cdot 3}{6}+1=$ | **3p** |
| | $=5-1+1=5$ | **2p** |
| **2.** | $x\circ y=x-\frac{xy}{6}+y-6+7=-\frac{x}{6}(y-6)+(y-6)+7=$ | **3p** |
| | $=(y-6)\left(-\frac{x}{6}+1\right)+7=7-\frac{1}{6}(x-6)(y-6)$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **2p** |
| **3.** | $x\circ 4=\frac{x}{3}+5$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $\frac{x}{3}+5=4$, de unde obținem $x=-3$ | **2p** |
| **4.** | $m\circ n=7-\frac{1}{6}(m-6)(n-6)$, de unde obținem $(m-6)(n-6)=41$ | **3p** |
| | Cum $m$ și $n$ sunt numere întregi cu $m<n$, obținem perechile $(-35,5)$ și $(7,47)$ | **2p** |
| **5.** | $0\circ x=x+1$, $(0\circ x)\circ(x+1)=7-\frac{1}{6}(x-5)^2$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $7-\frac{1}{6}(x-5)^2=1$, deci $(x-5)^2=36$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=11$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **6.** | $7-\frac{1}{6}(b-6)(c-6)=-5$ și, cum $c=b+6$, obținem $b^2-6b-72=0$ | **3p** |
| | $b=-6$ sau $b=12$, deci tripletele sunt $(-12,-6,0)$ și $(6,12,18)$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $B(1)=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(1))=\begin{vmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{vmatrix}=2\cdot 1-4\cdot 0=$ | **3p** |
| | $=2-0=2$ | **2p** |
| **2.** | $B(2)=\begin{pmatrix}4 & 7\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $B(1)\cdot B(2)=\begin{pmatrix}4 & 18\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $B(1)\cdot B(2)-B(2)=\begin{pmatrix}0 & 11\\ 0 & 0\end{pmatrix}=11\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=11A$ | **2p** |
| **3.** | $B(-1)+aA=\begin{pmatrix}-2 & -2+a\\ 2 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(-1)+aA)=2-2a$, pentru orice număr real $a$ | **3p** |
| | $2-2a=0$, de unde obținem $a=1$ | **2p** |
| **4.** | $B(-x)=\begin{pmatrix}-2x & -3x+1\\ 1+x & 1\end{pmatrix} \Rightarrow B(-x)+2B(x)=\begin{pmatrix}2x & 3x+3\\ 3-x & 3\end{pmatrix}=$ | **3p** |
| | $=3\begin{pmatrix}2\cdot\frac{x}{3} & 3\cdot\frac{x}{3}+1\\ 1-\frac{x}{3} & 1\end{pmatrix}=3B\left(\frac{x}{3}\right)$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| **5.** | $B(x)+I_2=\begin{pmatrix}2x+1 & 3x+1\\ 1-x & 2\end{pmatrix}$, $A\cdot(B(x)+I_2)=\begin{pmatrix}1-x & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $B(x)\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 2x\\ 0 & 1-x\end{pmatrix}$, deci $\begin{pmatrix}1-x & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2x\\ 0 & 1-x\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=1$ | **2p** |
| **6.** | $B(2m)-B(2n+1)=\begin{pmatrix}4m-4n-2 & 6m-6n-3\\ 1-2m+2n & 0\end{pmatrix}$, pentru orice numere întregi $m$ și $n$ | **2p** |
| | $N=3(1-2m+2n)^2$ și, cum $(1-2m+2n)^2$ este număr natural impar, obținem că numărul $N$ este natural, multiplu impar de $3$, pentru orice numere întregi $m$ și $n$ | **3p** |