Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:...
....
Inițiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:..
....
Școala de provenienţă: ....
....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ....
Județul: ....

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2024 – 2025

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $25-2\cdot 5$ este egal cu: **a)** 10 **b)** 15 **c)** 35 **d)** 115
5p	**2.** Numărul care reprezintă 10% din 50 este egal cu: **a)** 40 **b)** 10 **c)** 5 **d)** 1
5p	**3.** Într-o zi, dimineața, temperatura aerului a fost de $-1°\text{C}$, iar la prânz a fost de $+2°\text{C}$. În acea zi, temperatura măsurată la prânz a fost mai mare decât temperatura măsurată dimineața cu: **a)** $-3°\text{C}$ **b)** $-1°\text{C}$ **c)** $1°\text{C}$ **d)** $3°\text{C}$
5p	**4.** Soluția ecuației $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ este: **a)** $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{3}{4}$

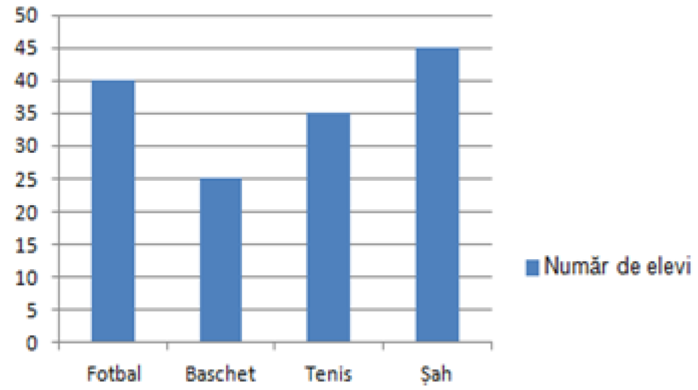
5p **5.** Patru elevi, Andreea, Iris, Mihai și Radu, calculează media aritmetică a numerelor $a = 4-\sqrt{2}$ și $b = 4+\sqrt{2}$. Rezultatele calculelor făcute de cei patru elevi sunt evidențiate în tabelul de mai jos:

Andreea	Iris	Mihai	Radu
4	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{14}$

Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media aritmetică a numerelor a și b este:

a) Andreea
b) Iris
c) Mihai
d) Radu

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate informații despre numărul de elevi care au făcut opțiuni pentru practicarea sporturilor de tip fotbal, baschet, tenis și șah, în cadrul unui club sportiv școlar.



Afirmația „Conform informațiilor din diagramă, în acest club sportiv școlar, numărul elevilor care au făcut opțiuni pentru practicarea fotbalului este egal cu numărul elevilor care au făcut opțiuni pentru practicarea șahului.” este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

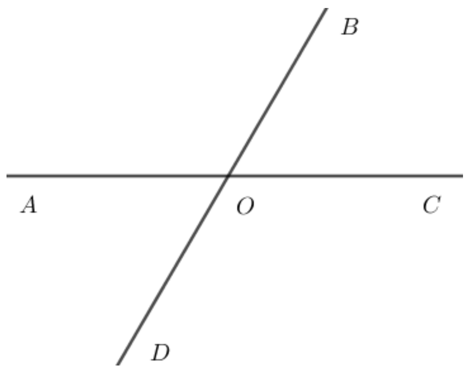
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte și coliniare A, B, C și D, în această ordine. Segmentele AB, BC și CD sunt congruente, iar lungimea segmentului AD este egală cu 24 cm. Lungimea segmentului CD este egală cu:

a) 4 cm
b) 6 cm
c) 8 cm
d) 12 cm

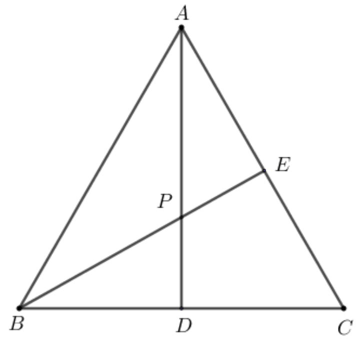
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente suplementare AOB și BOC. Știind că $\sphericalangle BOC = 60^\circ$ și că semidreapta OD este opusă semidreptei OB, măsura unghiului DOC este egală cu:

a) 160°
b) 120°
c) 60°
d) 30°



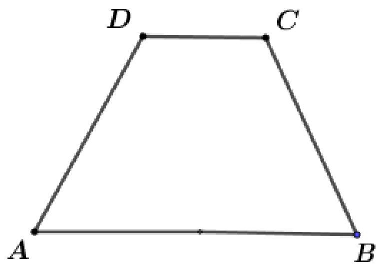
5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC. Semidreapta BE este bisectoarea unghiului ABC și punctul D este mijlocul segmentului BC. Dreptele AD și BE se intersectează în punctul P. Măsura unghiului DPE este egală cu:

a) $30°$
b) $60°$
c) $120°$
d) $150°$



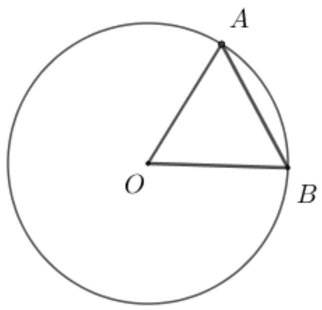
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $CD = 40$ cm și $AB = 100$ cm. Lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu:

a) 20 cm
b) 50 cm
c) 70 cm
d) 140 cm



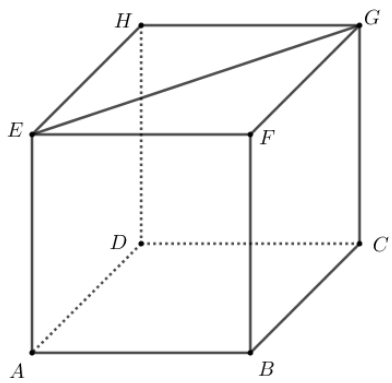
5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A și B sunt situate pe cerc, astfel încât măsura unghiului AOB este egală cu $60°$ și $AB = 12$ cm. Aria discului de centru O și rază OA este egală cu:

a) 288π cm^2
b) 144π cm^2
c) 36π cm^2
d) 24π cm^2



5p **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDEFGH$. Lungimea segmentului EG este egală cu $4\sqrt{2}$ cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor cubului este egală cu:

a) 96 cm
b) 72 cm
c) 48 cm
d) 16 cm



SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Un bunic dorește să împartă suma de 126 de lei celor trei nepoți ai săi: Ana, Bogdan și Costin. Ana va primi jumătate din suma pe care o vor primi împreună Bogdan și Costin.
(2p) a) Verifică dacă Ana poate primi de la bunicul ei 40 de lei. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină suma pe care o va primi Bogdan de la bunicul său, știind că este cu 10% mai mare decât suma pe care o va primi Costin de la bunicul său.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}+\frac{x+1}{x-1}-2\right):\frac{4}{x^2+x-2}$, unde x este număr real, $x\neq-2$, $x\neq-1$ și $x\neq1$.

(2p) a) Arată că $(x-1)(x+2)=x^2+x-2$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Arată că numărul $N=\sqrt{E(2)\cdot E(3)\cdot\ldots\cdot E(9)\cdot E(10)}$ este natural.

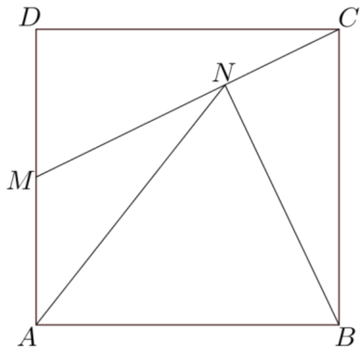
5p **3.** În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctele $A(2,0)$ și $B(6,3)$.

(2p) a) Arată că $AB = 5$.

(3p) b) Calculează distanța de la punctul $M(5,0)$ la dreapta *AB*.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu $AB = 10\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AD și punctul N este proiecția punctului B pe dreapta CM.

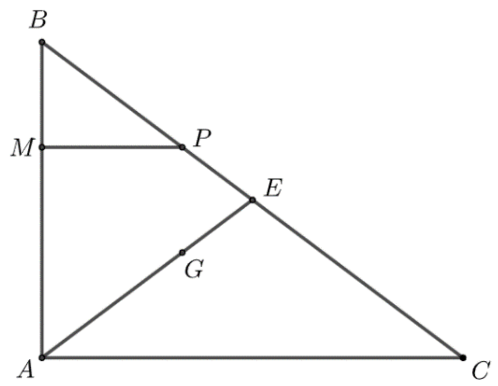
(2p) a) Arată că aria triunghiului MBC este egală cu 50 cm^2.



(3p) b) Arată că perimetrul triunghiului *MAN* este mai mic decât 22 cm.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 9$ cm și $AC = 12$ cm. Punctul M se află pe latura AB, $BM = 3$ cm. Paralela prin M la dreapta AC intersectează dreapta BC în punctul P, punctul G este centrul de greutate a triunghiului ABC și E este punctul de intersecție a dreptelor AG și BC.

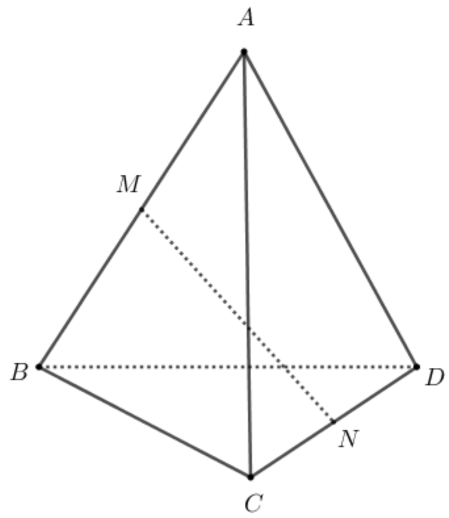
(2p) a) Arată că lungimea segmentului BC este egală cu 15 cm.



(3p) b) Calculează aria patrulaterului $MGEP$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$, cu $AB = 20\text{ cm}$, iar punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AB, respectiv CD.

(2p) a) Arată că lungimea segmentului MN este egală cu $10\sqrt{2}\text{ cm}$.



(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor MN și BD.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2024-2025

Probă scrisă
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Dacă Ana ar primi de la bunicul ei 40 de lei, atunci Bogdan și Costin ar primi împreună de la bunicul lor 80 de lei	**1p**
	$40+80=120\neq 126$, de unde deducem că Ana nu poate primi de la bunicul ei 40 de lei	**1p**
	b) $b=c+\frac{1}{10}c=\frac{11}{10}c$, unde b și c reprezintă sumele pe care le vor primi Bogdan, respectiv Costin, de la bunicul lor	**1p**
	Suma pe care o va primi Ana este egală cu $\frac{b+c}{2}$ lei, deci $\frac{b+c}{2}+b+c=126$, de unde rezultă că $b+c=84$	**1p**
	$\frac{11}{10}c+c=84 \Rightarrow 21c=840$, deci $c=40$ de lei, de unde $b=44$ de lei	**1p**
2.	**a)** $(x-1)(x+2)=x(x+2)-(x+2)=$	**1p**
	$=x^2+2x-x-2=x^2+x-2$, pentru orice număr real x	**1p**

	b) $E(x)=\frac{(x-1)^2+(x+1)^2-2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}:\frac{4}{(x-1)(x+2)}=$	**1p**
	$=\frac{((x-1)-(x+1))^2}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{(x-1)(x+2)}{4}=\frac{4}{x+1}\cdot\frac{x+2}{4}=\frac{x+2}{x+1}$, pentru orice x număr real, $x\neq-2$, $x\neq-1$ și $x\neq1$	**1p**
	$E(2)\cdot E(3)\cdot\ldots\cdot E(10)=\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{12}{11}=\frac{12}{3}=4$, deci $N=\sqrt{4}=2$, care este număr natural	**1p**
3.	**a)** Punctul $C(6,0)$ este proiecția punctului B pe axa Ox, deci $AC=4$, $BC=3$	**1p**
	$AB^2=AC^2+BC^2=16+9=25$, deci $AB=\sqrt{25}=5$	**1p**
	b) $AM=3$	**1p**
	$d(B,AM)=BC\Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta AMB}=\frac{1}{2}\cdot AM\cdot BC=\frac{9}{2}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AMB}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot d(M,AB)\Rightarrow\frac{9}{2}=\frac{1}{2}\cdot5\cdot d(M,AB)$, deci $d(M,AB)=\frac{9}{5}=1{,}8$	**1p**
4.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=100\text{ cm}^2$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta CDM}=\mathcal{A}_{\Delta ABM}=\frac{5\cdot10}{2}=25\text{ cm}^2\Rightarrow\mathcal{A}_{MBC}=100-(25+25)=50\text{cm}^2$	**1p**
	b) AM este linie mijlocie în triunghiul TBC, unde $AB\cap MC=\{T\}\Rightarrow$ punctul A este mijlocul segmentului TB, deci NA este mediană în triunghiul dreptunghic BNT $\Rightarrow NA=\frac{TB}{2}=10\text{cm}$	**1p**
	$TC=\sqrt{TB^2+BC^2}=10\sqrt{5}\text{cm}$, $BC^2=CN\cdot CT\Rightarrow CN=2\sqrt{5}\text{ cm}$, deci $MN=3\sqrt{5}\text{ cm}$	**1p**
	$P_{\Delta MAN}=AM+MN+NA=5+3\sqrt{5}+10=(15+3\sqrt{5})\text{cm}$ și, cum $3\sqrt{5}=\sqrt{45}<\sqrt{49}=7$, obținem $P_{\Delta MAN}<22\text{cm}$	**1p**
5.	**a)** În triunghiul ABC dreptunghic în A, $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=$	**1p**
	$=\sqrt{9^2+12^2}=15\text{cm}$	**1p**
	b) Punctul G este centrul de greutate a triunghiului ABC $\Rightarrow\frac{AG}{AE}=\frac{2}{3}$ și, cum $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{3}$, obținem $\frac{AG}{AE}=\frac{AM}{AB}$, deci $MG\parallel BE\Rightarrow\Delta AMG\sim\Delta ABE\Rightarrow\frac{MG}{BE}=\frac{2}{3}\Rightarrow MG=5\text{cm}$	**1p**
	$MR\perp BP$, $R\in BP\Rightarrow MR=\frac{12}{5}\text{cm}$, $PE=BE-BP$ și, cum E mijlocul lui $BC\Rightarrow PE=\frac{5}{2}\text{cm}$	**1p**
	$MGEP$ trapez $\Rightarrow\mathcal{A}_{MGEP}=\frac{(MG+PE)\cdot MR}{2}=9\text{cm}^2$	**1p**
6.	**a)** CM și DM sunt înălțimi în triunghiurile echilaterale ABC și ABD, deci $CM=DM=10\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	MN este înălțime în triunghiul isoscel CMD, deci $MN=\sqrt{CM^2-CN^2}=10\sqrt{2}$ cm	**1p**
	b) PN este linie mijlocie în triunghiul DBC, unde P este mijlocul lui BC, deci $PN\parallel BD$, de unde $\sphericalangle(MN,BD)=\sphericalangle(MN,PN)$	**1p**
	Cum $PN=\frac{BD}{2}=10$ cm, $MP=\frac{AC}{2}=10$ cm, rezultă că $MP^2+PN^2=MN^2$, deci triunghiul MPN este dreptunghic isoscel, cu $\sphericalangle MPN=90^\circ$	**1p**
	Obținem $\sphericalangle(MN,PN)=\sphericalangle MNP=45^\circ$, deci $\sphericalangle(MN,BD)=45^\circ$	**1p**