



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $10+4545:5$ este egal cu: a) 109 b) 110 c) 911 d) 919
5p	2. Prețul unui obiect este egal cu 50 de lei. După o micșorare cu 40%, prețul obiectului este egal cu: a) 30 lei b) 50 lei c) 70 lei d) 90 lei
5p	3. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 5\}$. Atunci mulțimea A este egală cu: a) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ b) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ c) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ d) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
5p	4. Frația $\frac{15}{24}$ este echivalentă cu frația : a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{24}{15}$

5p	<p>5. Patru elevi, Andreea, Bianca , Claudiu și Sorin, calculează media geometrică a numerelor $a = \sqrt{10^2 - 8^2} + \sqrt{20}$ și $b = (1 - \sqrt{5})^2$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Andreea</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Bianca</td> <td>$2\sqrt{5}$</td> </tr> <tr> <td>Claudiu</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Sorin</td> <td>$2\sqrt{14}$</td> </tr> </table> <p>Conform informațiilor din tabel, rezultatul corect a fost obținut de:</p> <p>a) Andreea b) Bianca c) Claudiu d) Sorin</p>	Andreea	4	Bianca	$2\sqrt{5}$	Claudiu	6	Sorin	$2\sqrt{14}$
Andreea	4								
Bianca	$2\sqrt{5}$								
Claudiu	6								
Sorin	$2\sqrt{14}$								
5p	<p>6. Se consideră A, mulțimea literelor din care este format cuvântul <i>matematică</i>. Ana afirmă: „Cardinalul mulțimii A este egal cu 10.”. Afirmăția Anei este:</p> <p>a) adevărată b) falsă</p>								

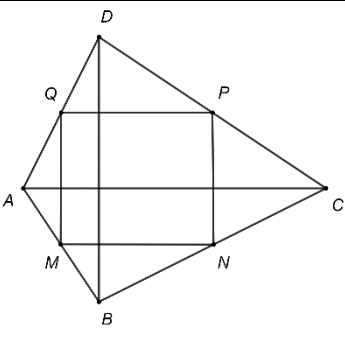
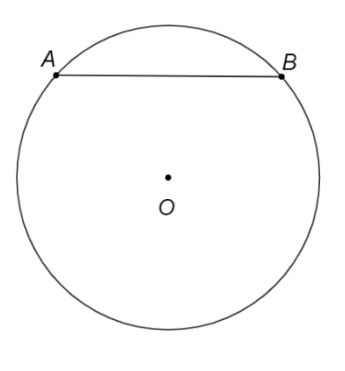
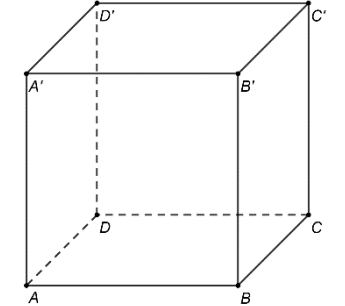
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.



(30 de puncte)

5p	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D și E, în această ordine, astfel încât $AB=CD, BC=DE$ și $BD=4$ cm. Lungimea segmentului AE este egală cu:</p> <p>a) 2 cm b) 4 cm c) 6 cm d) 8 cm</p>	
5p	<p>2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile congruente AOB, BOC, COD, DOE și EOA formate în jurul punctului O. Semidreapta OM este bisectoarea unghiului EOA și semidreapta ON este opusă semidreptei OD. Măsura unghiului MON este egală cu:</p> <p>a) 36° b) 72° c) 144° d) 180°</p>	
5p	<p>3. În figura alăturată punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, măsura unghiului ABC este egală cu 60° și măsura unghiului AOB este egală 140°. Măsura unghiului BOC este egală cu:</p> <p>a) 100° b) 120° c) 140° d) 160°</p>	

<p>5p</p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul $ABCD$ cu diagonalele AC și BD perpendiculare. Punctele M, N, P și Q sunt mijloacele segmentelor AB, BC, CD și, respectiv AD. Dacă $AC=12$ cm și $BD=10$ cm, atunci aria patrulaterului $MNPQ$ este egală cu:</p> <p>a) 15 cm^2 b) 22 cm^2 c) 30 cm^2 d) 60 cm^2</p>	
<p>5p</p>	<p>5. În figura alăturată, punctele A și B aparțin cercului de centru O, astfel încât măsura arcului AB este egală cu 90° și $AB=12$ cm. Lungimea acestui cerc este egală cu:</p> <p>a) $6\sqrt{2}\pi$ cm b) 12π cm c) $12\sqrt{2}\pi$ cm d) 36π cm</p>	
<p>5p</p>	<p>6. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul determinat de dreptele AD și CC' are măsura de:</p> <p>a) 30° b) 45° c) 60° d) 90°</p>	

SUBIECTUL al III-lea



Scriveți rezolvările complete.

(30 de puncte)

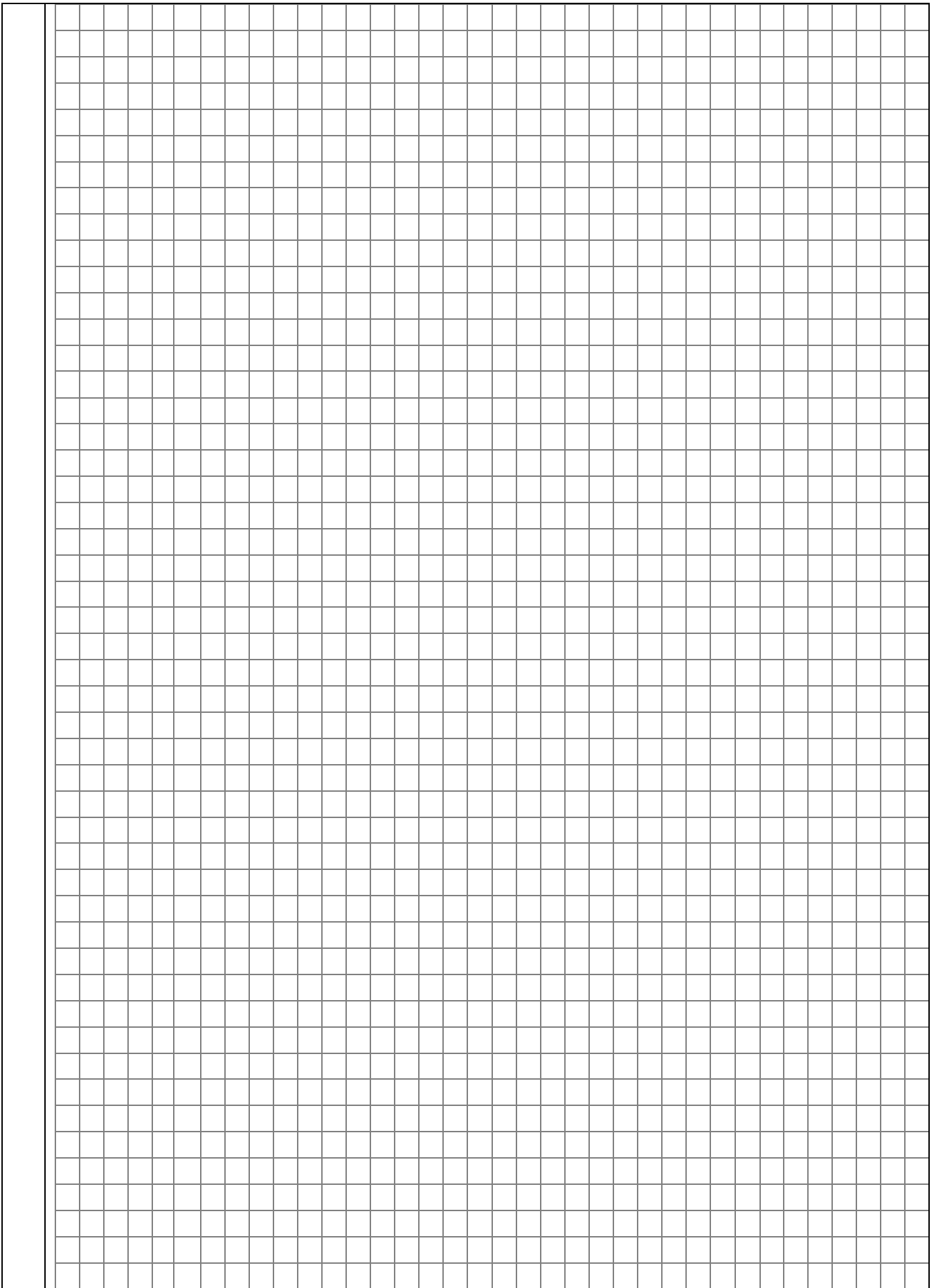
<p>5p</p>	<p>1. Se consideră numerele naturale nenule a, b și c. Numerele a și b sunt direct proporționale cu 2, respectiv cu 3. Numerele b și c sunt invers proporționale cu 0,1(6), respectiv cu 0,2.</p> <p>(2p) a) Este posibil ca numărul natural a să fie egal cu 5 ? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 250px; margin-top: 10px;"> <!-- Grid representation of the answer area --> </div>
------------------	--

5p

3. Se consideră numerele

$$a = \left[\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot \left(\frac{2}{3} + 0,6 \right) \right] : 0,01 \text{ și } b = \frac{6}{\sqrt{3}} - |3 - 2\sqrt{3}|$$

(2p) a) Arată că $a = 10$.(3p) b) Arată că media aritmetică a numerelor a și b aparține intervalului $(2\sqrt{10}, 5\sqrt{2})$.



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2024 - 2025
Matematică



Varianta 1

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	d)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Cum $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow 2b = 3a$	1p
	Dacă $a = 5$, atunci $2b = 15$, imposibil, deoarece $b \in \mathbb{N}$. Așadar a nu poate fi egal cu 5.	1p
	b) $b \cdot 0,1(6) = c \cdot 0,2 \Rightarrow \frac{b}{6} = \frac{c}{5}$, de unde $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{5} = k$	1p
	Obținem $a = 4k, b = 6k, c = 5k$. Cum $a, b, c \in \mathbb{N}$, deducem $k \in \mathbb{N}$	1p
	$n = a + b + c = 15k = t^2$, $t \in \mathbb{N}$, de unde obținem $t : 15$, $0 < n = t^2 \leq 300 \Rightarrow n = 225$, de unde $k = 15$, așadar $c = 75$	1p
2.	a) $E(x) = x^2 + 6x + 9 - 2x^2 + 8 + x^2 - 3x + x - 3 - 17 =$ $= 4x - 3$, pentru orice număr real x	1p
	b) $A = 4n - 3 + n^2 - 2 = n^2 + 4n - 5$	1p

	$A = n^2 + 5n - n - 5 = n(n+5) - (n+5) = (n-1)(n+5)$, pentru orice număr real n	1p
	Cum A este număr prim și $n-1 < n+5 \Rightarrow n-1=1$ și $n+5$ este număr prim, de unde $n=2$ și $A=7$ număr prim	1p
3.	<p>a) $a = \left[\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{1}{100} =$ $= \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot \frac{19}{15} \right) \cdot 100 = \frac{3}{30} \cdot 100 = 10$</p>	1p
	<p>b) $3 - 2\sqrt{3} = \sqrt{9} - \sqrt{12} < 0 \Rightarrow 3 - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3$, de unde $b = \frac{6\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 3 = 3$</p> <p>$M_a = \frac{a+b}{2} = \frac{13}{2}$</p> <p>$2\sqrt{10} < \frac{13}{2} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{10} < 13 < 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{160} < \sqrt{169} < \sqrt{200}$, de unde concluzia</p>	1p
	<p>$2\sqrt{10} < \frac{13}{2} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{10} < 13 < 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{160} < \sqrt{169} < \sqrt{200}$, de unde concluzia</p>	1p
4.	<p>a) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = \frac{180^\circ - \sphericalangle BAC}{2} = 30^\circ$</p> <p>$\sphericalangle EAB = 180^\circ - \sphericalangle BAC = 60^\circ$ și $\triangle EBA$ este dreptunghic în $E \Rightarrow \sphericalangle EBA = 90^\circ - \sphericalangle EAB = 30^\circ$, de unde $\sphericalangle EBA = \sphericalangle ABC$, așadar semidreapta BF este bisectoarea unghiului EBC</p>	1p
	<p>b) În triunghiul dreptunghic EBA, $\sphericalangle EBA = 30^\circ \Rightarrow AE = \frac{AB}{2} = 6$ cm, cum $\triangle EBA \cong \triangle FCA$, obținem $AF = AE = 6$ cm, de unde $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow EF \parallel BC$, așadar $BCFE$ este trapez</p> <p>În $\triangle EBC$ dreptunghic, $\cos(\sphericalangle ECB) = \frac{EC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18}{BC} \Rightarrow BC = 12\sqrt{3}$ cm și</p> <p>$BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = 6\sqrt{3}$ cm și $d(E, BC) = \frac{BE \cdot CE}{BC} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 18}{12\sqrt{3}} = 9$ cm</p> <p>$EF \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle FBC = \sphericalangle BFE = 30^\circ$, de unde obținem că triunghiul EBF este isoscel, deci $EF = EB = 6\sqrt{3}$ cm. $A_{BCFE} = \frac{(BC + EF) \cdot d(E, BC)}{2} = \frac{18\sqrt{3} \cdot 9}{2} = 81\sqrt{3}$ cm²</p>	1p
	<p>În $\triangle EBC$ dreptunghic, $\cos(\sphericalangle ECB) = \frac{EC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18}{BC} \Rightarrow BC = 12\sqrt{3}$ cm și</p> <p>$BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = 6\sqrt{3}$ cm și $d(E, BC) = \frac{BE \cdot CE}{BC} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 18}{12\sqrt{3}} = 9$ cm</p> <p>$EF \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle FBC = \sphericalangle BFE = 30^\circ$, de unde obținem că triunghiul EBF este isoscel, deci $EF = EB = 6\sqrt{3}$ cm. $A_{BCFE} = \frac{(BC + EF) \cdot d(E, BC)}{2} = \frac{18\sqrt{3} \cdot 9}{2} = 81\sqrt{3}$ cm²</p>	1p
5.	<p>a) În triunghiul dreptunghic ABC, $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 15$ cm</p> <p>$BN + NC = BC \Rightarrow 3NC = 15 \Rightarrow NC = 5$ cm, de unde $BN = 10$ cm</p>	1p
	<p>b) $AB = 3AM \Rightarrow BM = 2AM$, de unde $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2} = \frac{CN}{BN}$, așadar $MN \parallel AC$</p> <p>În $\triangle ABD$, $MP \parallel AD \Rightarrow \frac{DP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$, $P \in AD$, iar AD este mediană de unde deducem că punctul P este centrul de greutate al triunghiului ABC. Dacă $AP \cap BC = \{Q\}$ de unde punctul Q este mijlocul segmentului BC</p> <p>În triunghiul ABC dreptunghic în A, AQ este mediană, deci $AQ = \frac{BC}{2}$, P este centrul de greutate, de unde $AP = \frac{2}{3} \cdot AQ = \frac{2}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC}{3} = \frac{15}{3} = 5$ cm</p>	1p
	<p>În $\triangle ABD$, $MP \parallel AD \Rightarrow \frac{DP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$, $P \in AD$, iar AD este mediană de unde deducem că punctul P este centrul de greutate al triunghiului ABC. Dacă $AP \cap BC = \{Q\}$ de unde punctul Q este mijlocul segmentului BC</p> <p>În triunghiul ABC dreptunghic în A, AQ este mediană, deci $AQ = \frac{BC}{2}$, P este centrul de greutate, de unde $AP = \frac{2}{3} \cdot AQ = \frac{2}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC}{3} = \frac{15}{3} = 5$ cm</p>	1p
6.	<p>a) AN și BN sunt mediane în triunghiurile echilaterale ACD, respectiv BCD, așadar sunt și înălțimi, de unde $AN = BN = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ cm</p>	1p

	$P_{\Delta ABN} = AB + AN + BN = 12 + 12\sqrt{3} = 12(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}$	1p
	<p>b) $BN \perp CD$, $AN \perp CD$, $AN, BN \subset (ABN)$, $AN \cap BN = \{N\}$, de unde $CD \perp (ABN)$</p>	1p
	<p>Dacă $MF \parallel DN$, $F \in AN \Rightarrow MF \perp (ABN) \Rightarrow \text{pr}_{(ABN)}M = F$, deci $\text{pr}_{(ABN)}BM = BF$. Așadar $\sphericalangle(BM, (ABN)) = \sphericalangle(BM, BF) = \sphericalangle MBF$</p>	1p
	<p>MF este linie mijlocie în $\Delta ADN \Rightarrow MF = \frac{DN}{2} = 3 \text{ cm}$. În triunghiul MBF dreptunghic în F, $\sin(\sphericalangle MBF) = \frac{MF}{BM} = \frac{3}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$</p>	1p

