



Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p** 1) Arătați că $2 - \frac{1}{3} : \left(2 - \frac{1}{3}\right) = \frac{9}{5}$.
- 5p** 2) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3$. Arătați că $f(-1) - f(1) = 0$.
- 5p** 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $11^{8-4x} = 121^2$.
- 5p** 4) Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre acesta să aibă cifra zecilor egală cu 7.
- 5p** 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, -1)$ și $B(2, 2)$. Determinați numerele reale m și n pentru care $\overline{AB} = (m-2)\vec{i} + (3-n)\vec{j}$.
- 5p** 6) Se consideră triunghiul ABC cu $AB = \sqrt{5}$, $BC = 5$ și $\sin A = 1$. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(-2)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $A(-10) \cdot A(10) - A(0) = O_2$.
- 5p** c) Arătați că $\det(A(x-1) \cdot A(x+1)) > 0$, pentru orice număr real x .
- 2) Pe mulțimea numerelor reale strict pozitive se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2$.
- 5p** a) Arătați că $2 * \frac{1}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$.
- 5p** b) Arătați că $(x+5) * (2x+10) = \frac{9}{2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $x^2 * x = 4$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2025} + 2025x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 2025(x^{2024} + 1), x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Demonstrați că funcția f este convexă pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf'(x)}{(x^{1013} - 1)^2} = 1$.

2) Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$.

5p a) Calculați $\int (x + 1) \cdot f(x) dx$.

5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $(-1, +\infty)$.

5p c) Determinați primitiva $F : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(0) = 2025$.

