Simulare județeană _Examenul național de bacalaureat , ianuarie 2025
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic* ***Varianta 1***

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete (30 puncte)

5p **1.** Calculați media aritmetică a numerelor $a=3(6-\sqrt{5})$ și $b=3\sqrt{5}$.
5p **2.** Se consideră intervalele deschise I=(2;7) și J=(4;9). Determinați toate elementele întregi ale mulțimii I∩J.
5p **3.** Arătați că $\log_3 27+\log_5 25<\sqrt{36}$.
5p **4.** Câte numere naturale de două cifre diferite se pot forma cu elemente ale mulțimii A={3;4;5}?
5p **5.** Determinați lungimea catetelor unui triunghi dreptunghic, știind că suma lor este 10, iar triunghiul are aria 8.
5p **6.** Se consideră expresia $\mathrm{E}(x)=\cos x+\sin\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $\mathrm{E}(60^{\circ})$

SUBIECTUL al II-lea – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete (30 puncte)

1. Se consideră matricele $\mathrm{A}(m)=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & m\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p a) Demonstrați că $\det(A(6))=3$.
5p **b)** Arătați că matricea $A(m)+I_2$ este inversabilă pentru orice număr întreg *m*.
5p **c)** Dacă B=A(1)·A(2)·A(3)·A(4), demonstrați că det(B)=0.

2. Pe mulțimea A=(0;∞) definim legea de compoziție $x\circ y=\sqrt{xy}$.
5p a) Demonstrați că $16\circ 81\in \boldsymbol{N}$.
5p b) Demonstrați că $1\circ(16\circ 81)<(1\circ 16)\circ 81$.
5p **c)** Rezolvați pe mulțimea A ecuația $(2x+1)\circ 1=3$.

SUBIECTUL al III-lea – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x-\sin x$.
5p a) Să se calculeze $f'(x)$.
5p b) Demonstrați că $f'(0)-f(0)>0$.
5p **c)** Să se arate că f este crescătoare $\forall x\in\boldsymbol{R}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^2e^x,\ \ g(x)=x(x+2)e^x$
a) Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g.
5p b) Calculați $\int\frac{g(x)}{f(x)}dx,\ \ x\in(0;+\infty)$.
5p
c) Demonstrați că orice primitivă a funcției h : $[-1;\infty)\to\mathbf{R}$, h(x)=f(x) - g(x) este concavă.

Simulare județeană _Examenul național de bacalaureat , ianuarie 2025
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 puncte)		
1.	$a = 3(6-\sqrt{5}) =$ $= 3\cdot 6 - 3\sqrt{5} = 18 - 3\sqrt{5}$ $\frac{a+b}{2} = \frac{18-3\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{2} = \frac{18}{2} = 9$	2p 3p
2.	$I \cap J \cap Z =$ $= (2;7) \cap (4;9) \cap Z =$ $= \{5;6\}$	2p 1p 2p
3.	$\log_3 27 = 3$ $\log_5 25 = 2$ $\sqrt{36} = 6$ $\log_3 27 + \log_5 25 = 3 + 2 = 5 < 6$	1p 1p 1p 2p
4.	$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} =$ $= \frac{6}{1} = 6$	2p 3p
5.	Fie c_1 și c_2 lungimile celor două catete ale triunghiului dreptunghic $c_1 + c_2 = 10$ $A_\Delta = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = 8$ $\left.\begin{matrix} c_1 \cdot c_2 = 16 \\ c_1 + c_2 = 10 \end{matrix}\right\}$ rezultă că $c_1 = 2$ și $c_2 = 8$	1p 1p 1p 2p
6.	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin\frac{60^\circ}{2} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $E(60^\circ) = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	1p 1p 3p

SUBIECTUL II (30 puncte)		
1.a)	$\det A(6) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} =$ $= 6 - 3 =$ $= 3$	2p 2p 1p
1.b)	$A(m) + I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & m+1 \end{pmatrix}$ $\det(A(m) + I_2) = 2m - 1$ $\det(A(m) + I_2) \neq 0$ pentru orice întreg m	2p 2p 1p
1.c)	det(B)=det(A(1)A(2)A(3)A(4))= =det(A(1)) det(A(2)) det(A(3)) det(A(4)) *Dar* $\det A(3) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ Deci, det(B)=0	1p 1p 2p 1p
2.a)	$16 \circ 81 = \sqrt{16 \cdot 81} =$ $= \sqrt{16} \cdot \sqrt{81} =$ $= 4 \cdot 9 =$ $= 36 \in \boldsymbol{N}$	2p 1p 1p 1p
2.b)	$1 \circ (16 \circ 81) = 1 \circ 36 = \sqrt{1 \cdot 36} = 6$ **(I)** $(1 \circ 16) \circ 81 = \sqrt{1 \cdot 16} \circ 81 = 4 \circ 81 = \sqrt{4 \cdot 81} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{81} = 2 \cdot 9 = 18$ (II) Din (I) și (II) => 6<18, deci $1 \circ (16 \circ 81) < (1 \circ 16) \circ 81$	2p 2p 1p
2.c)	$(2x + 1) \circ 1 = 3 \Rightarrow 2x + 1 = 9$ x=4 $4 \in A$ și verifică ecuația	2p 2p 1p
SUBIECTUL III (30 puncte)		
1.a)	$f'(x) = (2x - \sin x)' =$ $= 2 - \cos x$	1p 4p
1.b)	$f(0) = 0 - \sin 0 = 0$ $f'(0) = 2 - \cos 0 = 2 - 1 = 1$ $f'(0) - f(0) = 1 - 0 = 1 > 0$	2p 2p 1p
1.c)	$f'(x) = (2 - \cos x) > 0$, $\Rightarrow$ f crescătoare pe **R**.	3p 2p
2.a)	f este derivabilă pe **R**, și $f'(x) = (x^2e^x)' = (x^2)'e^x + x^2(e^x)' = 2xe^x + x^2e^x$ $\Rightarrow f'(x) = (2x + x^2)e^x = x(x+2)e^x = g(x)$, $\forall x \in R$, deci f este o primitivă a funcției g	3p 2p

2.b)	$\int \frac{g(x)}{f(x)}dx = \int \frac{x(x+2)e^x}{x^2e^x}dx = \int \frac{(x+2)}{x}dx = \int (1+\frac{2}{x})dx =$ $= x + 2\ln\mid x\mid + C = x + 2\ln x + C$	3p 2p
2.c)	Fie H: [-1; ∞)→**R** o primitivă a funcției continue h. $H'(x) = h(x) = f(x) - g(x) = x^2e^x - x(x+2)e^x = -2xe^x, \quad \forall x \in [-1;\infty)$ $H''(x) = (-2x-2)e^x, \quad \forall x \in [-1;\infty)$ Deducem așadar că $H''(x) \leq 0$, $\forall\, x \in [-1;\infty) \Rightarrow$ H concavă $\Rightarrow$ orice primitivă a funcției h este concavă	1p 2p 1p 1p