Simulare - Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați al patrulea termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_3 = 4$ și $a_5 = 10$.

5p **2.** Determinați valorile parametrului real m pentru care ecuația $x^2 - 3x + m + 1 = 0$ nu admite soluții reale.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x - 1) = 3$.

5p **4.** După o ieftinire cu 25% prețul unui obiect este de 300 lei. Aflați prețul inițial al obiectului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(-1, 2), B(3, -4). Determinați ecuația dreptei OM, unde M este mijlocul segmentului [AB].

5p **6.** Arătați că expresia E(x) = $(\sin x + 7\cos x)^2 + (7\sin x - \cos x)^2$ nu depinde de x.

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele A(x) = $\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix}, x \in R$ și B = $\begin{pmatrix} 14 & -10 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $det(A(1))$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care matricea $A(x)$ este inversabilă.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $A(x) \cdot A(x) = B$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 4x - 4y + 20$.

5p **a)** Calculati $-2 \circ 3$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $x \circ x \leq 8$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Fie funcția $f\colon (2, \infty) \to R$, f(x) = $\dfrac{x^2 + 6x}{x - 2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{x^2-4x-12}{(x-2)^2}, \forall\, x \in (2, \infty)$.

5p **b)** Aflați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x) \geq 18, \forall x \in (2, \infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F\colon R \to R, f(x) = (3x - 2)e^x$, F(x)= $(ax + b)e^x$, a,b $\in R$

5p **a)** Calculați $\int f(x) \cdot e^{-x} dx, x \in R$.

5p **b)** Determinați numerele reale a și b știind că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Calculați $\int f(x) dx, x \in R$.

Simulare - Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_4 = \frac{a_3+a_5}{2} \Leftrightarrow$	**2p**
	$\Leftrightarrow a_4 = \frac{4+10}{2} \Leftrightarrow a_4 = 7$	**3p**
	Metoda 2 : $\begin{cases} a_1 + 2r = 4 \\ a_1 + 4r = 10 \end{cases}$	**1p**
	Se obține r =3 și $a_1 = -2$	**2p**
	$a_4 = a_1 + 3r = -2 + 9 = 7$	**2p**
2.	Ecuaţia nu are rădăcini reale $\Leftrightarrow \Delta < 0$	**1p**
	$\Leftrightarrow 9-4(m+1) < 0$;	**1p**
	$\Leftrightarrow 5-4m < 0$	**1p**
	$\Leftrightarrow$ m $> \frac{5}{4} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{5}{4}, \infty\right)$	**2p**
3.	Condițiile de existență a logaritmului $3x-1>0$ și obținerea domeniului $D = \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$	**1p**
	Ecuația devine: $\log_2(3x-1) = 3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 8$.	**2p**
	Rezolvarea ecuației $x = 3 \in D$	**2p**
4.	Notam cu x prețul inițial al obiectului	
	x$-\frac{25}{100}$x = 300$\Leftrightarrow$ x$-\frac{1}{4}$x = 300	**2p**
	$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x = 300$	**1p**
	$\Leftrightarrow x = 400$, deci prețul inițial al obiectului este 400 lei	**2p**
5.	M mijlocul segm [AB] $\Leftrightarrow$M(1, -1)	**2p**
	$x_O \neq x_M, y_O \neq y_M \Rightarrow$OM: $\frac{x-x_O}{x_M-x_O} = \frac{y-y_O}{y_M-y_O}$	
	OM: $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1}$	**1p**
	OM: y = -x .	**1p**

		1p
6.	$E(x) = \sin^2 x + 14\sin x\cos x + 49\cos^2 x + 49\sin^2 x - 14\sin x\cos x + \cos^2 x=$ $=50(\sin^2 x+\cos^2 x) =$ =50, deci E(x) nu depinde de x.	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, Det $A(1)=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 3\cdot 0 - (-2)\cdot 1=$ $= 0 + 2 = 2$	**1p** **2p** **2p**
b)	Matricea A(x) este inversabila $\Leftrightarrow$ det $A(x) \neq 0$ det $A(x) = \begin{vmatrix} x+2 & -2 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix} = (x+2)(x-1)+2 = x^2+x$ Ecuatia det A(x) = 0 are solutiile $x_1 = -1$ si $x_2 = 0$. Matricea A(x) este inversabila $\Leftrightarrow x\in R\|\{-1,0\}$	**1p** **2p** **1p** **1p**
c)	$A(x)\cdot A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x+2)^2-2 & -4x-2 \\ 2x+1 & (x-1)^2-2 \end{pmatrix}$ $A(x)\cdot A(x)=B \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2-2=14 \\ -4x-2=-10 \\ 2x+1=5 \\ (x-1)^2-2=-1 \end{cases}$ Se obtine x=2 care verifica toate ecuațiile.	**2p** **1p** **2p**
2.a)	$(-2)\circ 3 = (-2)\cdot 3 - 4\cdot(-2) - 4\cdot 3 + 20 =$ = -6 + 8 – 12 + 20 = =10	**1p** **2p** **2p**
b)	Legea ''∘'' admite element neutru $\Leftrightarrow [\exists e \in R$ a.î $x\circ e = e\circ x = x, \forall x \in R]$ $x\circ e = xe - 4x - 4e + 20,\ e\circ x = ex - 4e - 4x + 20 \Rightarrow x\circ e = e\circ x, \forall x \in R$ $xe - 4x - 4e + 20 = x, \forall x \in R \Leftrightarrow (e-5)(x-4) = 0, \forall x \in R$ $e - 5 = 0 \Leftrightarrow e = 5 \in R$	**1p** **1p** **2p** **1p**
c)	$x\circ x \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 20 \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 \leq 0$ Rezolvarea ecuației $x^2 - 8x + 12 = 0$ și obținerea soluțiilor $x_1 = 2$ și $x_2 = 6$. Soluția inecuației este $x \in [2,6]$ Din $x \in Z \Rightarrow x \in \{2,3,4,5,6\}$	**1p** **1p** **1p** **2p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(x^2+6x)'(x-2)-(x^2+6x)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{(2x+6)(x-2)-(x^2+6x)\cdot 1}{(x-2)^2}=$ $=\frac{2x^2-4x+6x-12-x^2-6x}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x-12}{(x-2)^2}, \forall x\in(2,\infty)$	**2p** **3p**
b)	Cautam asimptota oblica spre +∞ de forma y = mx + n, unde m=$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+6x}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2(1+\frac{6}{x})}{x^2(1-\frac{2}{x})}=1\in R^*$ $n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-mx)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+6x}{x-2}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8x}{x-2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8x}{x(1-\frac{2}{x})}=8\in R$ Dreapta de ecuatie y=x+8 este asimptota oblica spre +∞ la graficul functiei f	**2p** **2p** **1p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{x^2-4x-12}{(x-2)^2}\ \Leftrightarrow x=6\in D, x=-2\notin D, D=(2,\infty)$ Tabelul de monotonie: $\begin{array}{c\|ccccc} x & 2 & & 6 & & \infty \\ \hline f'(x) & \| & ------- & 0 & +++++++ & \\ \hline f(x) & \| & \searrow & 18 & \nearrow & \\ & & & m & & \end{array}$ Punctul de coordonate (6,18) este punct de minim absolut pentru graficul funcției f. Valoarea minimă a funcției este 18 ⇒ $f(x)\ \geq 18, \forall x\in(2,\infty)$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int f(x)\cdot e^{-x}dx=\int(3x-2)e^x\cdot e^{-x}dx=\int(3x-2)dx=$ $=3\frac{x^2}{2}-2x+C$	**2p** **3p**
b)	Funcția F este o primitivă a funcției f⇔ $\begin{cases} F \text{ este derivabil}ă \\ F'(x)=f(x),\forall x\in R\end{cases}$ $F'(x)=(ax+b)'\cdot e^x+(ax+b)(e^x)'=a\cdot e^x+(ax+b)\cdot e^x=(ax+a+b)\cdot e^x,\forall x\in R$ $F'(x)=f(x),\forall x\in R\Leftrightarrow(ax+a+b)\cdot e^x=(3x-2)e^x,\forall x\in R$ de unde se obtine a = 3 si b = -5	**1p** **2p** **2p**
c)	$\int f(x)dx=\int(3x-2)e^xdx=\int(3x-2)(e^x)'dx=(3x-2)e^x-\int(3x-2)'e^xdx=$ $=(3x-2)e^x-3\int e^xdx=(3x-2)e^x-3e^x+C=(3x-5)e^x+C$ Sau Metoda 2: Din b) ⇒ functia $F: R\ \to\ R$, F(x)= $(3x-5)e^x$ este o primitivă a funcției f ⇒ $\int f(x)dx=F(x)+\ C=(3x-5)e^x+C$	**2p** **3p** **2p** **3p**