- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

Mate.info.ro
profu' de mate

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	1. Rezultatul calculului $11-11\cdot(8-16:2)$ este egal cu : a) 11 b) 0 c) 6 d) 10
5p	2. Numărul care reprezintă $\frac{5}{6}$ din 1200 este egal cu: a) 200 b) 100 c) 1000 d) 6000
5p	3. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la ora 9, la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni din luna ianuarie .

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura $(^\circ C)$	-5	-4	3	1	-1	-3	2

Conform tabelului, media aritmetică a temperaturilor pozitive înregistrate este egală cu:

a) $1^\circ C$
b) -2 $^\circ C$
c) -1 $^\circ C$
d) 2 $^\circ C$

5p	4. Numărul $3\sqrt{2}$ aparține intervalului de numere reale : a) $(2,3)$ b) $(4,5)$ c) $[5,6)$ d) $[3,4]$

5p	5. Patru elevi au calculat media geometrică a numerelor $a=12-3\sqrt{7}$ și $b=3(4+\sqrt{7})$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Alexandra	Violeta	Crina	Diana
81	12	9	$24+6\sqrt{7}$

Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:
a) Alexandra
b) Violeta
c) Crina
d) Diana

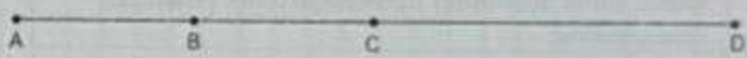
5p 6. Sebastian are 180 de lei, iar Adrian, colegul lui, are 120 de lei. Adrian afirmă: „Dacă i-aș da lui Sebastian o șesime din banii mei, atunci suma mea de bani ar fi jumătate din suma lui". Afirmația lui Adrian este:

a) Adevărată
b) Falsă

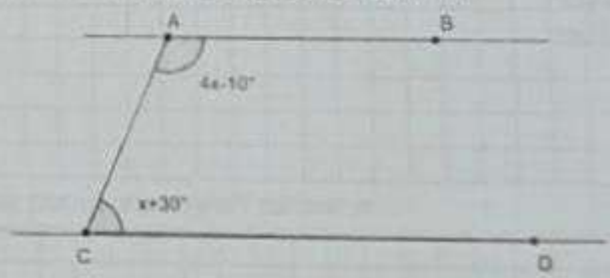
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

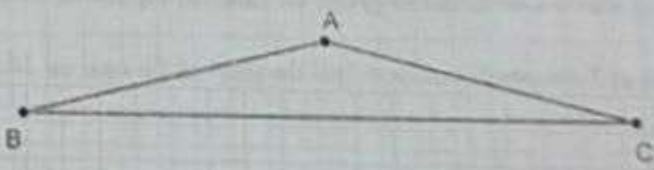
5p 1. În figura alăturată, A, B, C și D sunt puncte coliniare, în această ordine, astfel încât B este mijlocul segmentului AC, $2BC=CD$ și $BD=9$ cm. Lungimea segmentului AD este egală cu:
a) 16 cm
b) 12 cm
c) 18 cm
d) 10 cm

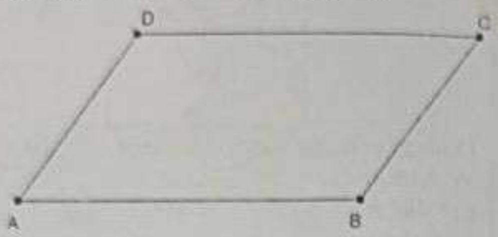
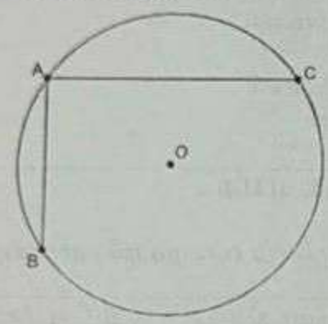
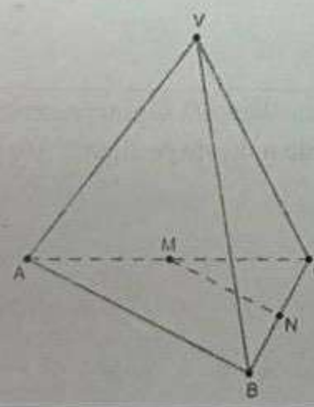


5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele AB și CD, iar unghiurile BAC și DCA au măsurile indicate pe figură. Atunci măsura unghiului ACD este egală cu:
a) 32°
b) 64°
c) 62°
d) 45°



5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB=AC=6$ cm și cu măsura unghiului ABC egală cu 15°. Distanța de la punctul B la dreapta AC este egală cu:
a) 3 cm
b) 6 cm
c) 8 cm
d) 12 cm



5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm și cu măsura unghiului DAB egală cu 60°. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu: a) 30 cm^2 b) 40 cm^2 c) $30\sqrt{3}\text{ cm}^2$ d) $15\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 
5p	5. În figura alăturată sunt reprezentate două coarde perpendiculare AB și AC ale unui cerc de centru O, $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm. Lungimea acestui cerc este egală cu: a) 10π cm b) 16π cm c) 12π cm d) 24π cm 
5p	6. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu baza ABC. Dacă triunghiul VAB este echilateral și $MN = 4$ cm, unde M este mijlocul lui AC și N este mijlocul lui BC, atunci suma lungimilor tuturor muchiilor piramidei este egală cu: a) 36 cm b) 24 cm c) 32 cm d) 48 cm 

SUBIECTUL al III-lea

Mate.info.ro
profu' de mate

Scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

5p 1. Numărul elevilor claselor a 9-a ai unui colegiu militar este cuprins între 100 și 200. Dacă elevii s-ar alinia în grupe de câte 12, 18, respectiv 24, rămân de fiecare dată 5 elevi.

(2p) a) Este posibil ca numărul de elevi să fie egal cu 161 ? Justifică răspunsul.

(3p) b) Determină numărul elevilor claselor a 9-a ai colegiului militar.

5p

2. Se consideră expresia $E(x)=x(2x-5)+(x+5)^2-(x+2)^2-(3+x)(x-3)-30$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x)=x^2+x$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Arată că $E(n)$ este număr par pentru orice număr natural n.

5p

3. Se consideră numerele reale $a=\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{32}-4\cdot\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)}\cdot\sqrt{3}$ și $b=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}$

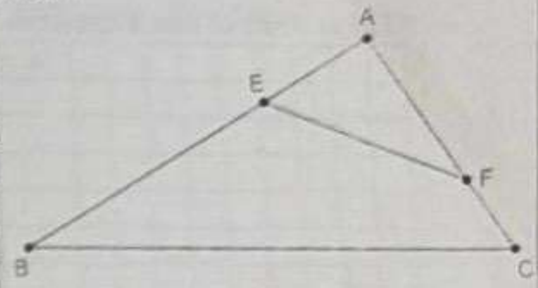
Mate.info.ro
profu' de mate

(2p) a) Arată că $a=\frac{1}{2}$.

(3p) b) Arată că numărul $N=2(a+b)$ aparține intervalului $\left(2,\sqrt{7}\right)$.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AB = 16$ cm, $AC = 12$ cm, punctele E și F sunt situate pe segmentele AB și AC, astfel încât $AE = 6$ cm și $AF = 8$ cm.

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48 cm.

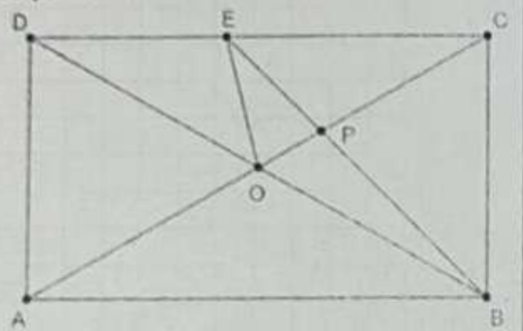


(3p) b) Perpendiculara din A pe BC intersectează dreapta EF în punctul P. Demonstrează că punctul P este mijlocul segmentului EF.

Mate.info.ro
profu' de mate

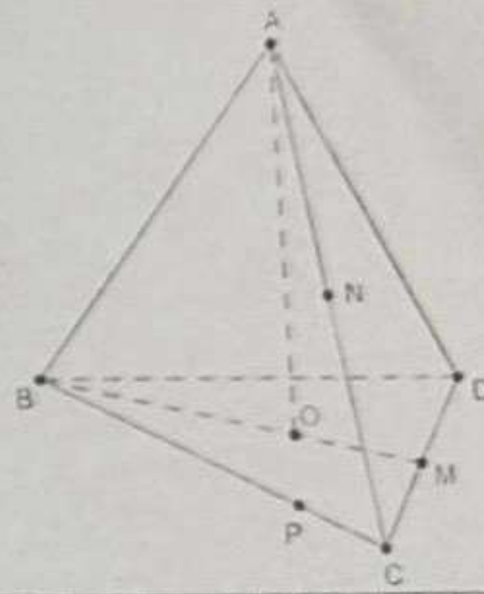
5p 5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AD = 4$ cm și $DB = 8$ cm. Bisectoarea unghiului ABC intersectează diagonala AC în P și latura DC în E.

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$.



(3p) b) Demonstrează că triunghiul POE este isoscel.

6. În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului BCD. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor CD, respectiv AC. Punctul P aparține segmentului BC, astfel încât $BP = 3PC$.



(2p)a) Arată că aria triunghiului BCD este egală cu $36\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

(3p) b) Demonstrează că planele (MNP) și (AOD) sunt paralele.

Mate.info.ro
profu' de mate

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ŞI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $161:18=8$ rest 17, $17\neq 5$, deci nu este posibil ca numărul de elevi să fie egal cu 161.	**1p** **1p**
	b) $n=12c_1+5, n=18c_2+5, n=24c_3+5$, unde n este numărul de elevi $\Rightarrow$ $n-5$ este multiplu comun al numerelor 12, 18 și 24 n este cuprins între 100 și 200, deci $n-5=144\Rightarrow n=149$	**1p** **1p** **1p**
2.	**a)** $E(x)=2x^2-5x+x^2+10x+25-x^2-4x-4-x^2+9-30=$ $=x^2+x$, pentru orice număr real x	**1p** **1p**
	b) $E(n)=n^2+n$, pentru orice număr natural n $E(n)=n(n+1)$, unde n și $n+1$ sunt numere consecutive, deci unul dintre ele este par $\Rightarrow$ $E(n)$ este număr par.	**1p** **1p** **1p**

3.	a) $a=\frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{2}-4\sqrt{2}+12\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}=$	1p
	$=\frac{2\sqrt{6}}{12\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}=\frac{1}{2}$	1p
	b) $b=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}\Rightarrow 2(a+b)=\frac{13}{5}$,	2p
	$2<\frac{13}{5}<\sqrt{7}\Leftrightarrow\sqrt{100}<\sqrt{169}<\sqrt{175}$	1p
4.	a) Teorema lui Pitagora în ΔABC: $AB^2+AC^2=BC^2\Rightarrow BC=20$ cm.	1p
	$P_{\Delta ABC}=16+12+20=48$ cm.	1p
	b) $\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AB}$ şi $\sphericalangle BAC=\sphericalangle FAE\Rightarrow\Delta ABC\sim\Delta AFE\Rightarrow\sphericalangle AEF=\sphericalangle ACB$ şi	1p
	$\Rightarrow\sphericalangle AFE=\sphericalangle ABC$	1p
	$\sphericalangle PAF=\sphericalangle ABC$ şi $\sphericalangle PAE=\sphericalangle ACB$ (au acelaşi complement) $\Rightarrow$ ΔAPF, ΔAPE sunt isoscele, deci $AP=FP=PE\Rightarrow P$ mijlocul segmentului EF.	1p
5.	a) Teorema lui Pitagora în ΔABD: $AB^2+AD^2=BD^2\Rightarrow BD=4\sqrt{3}$ cm	1p
	$A_{ABCD}=AB\cdot AD=16\sqrt{3}\text{ cm}^2$	1p
	b) $\sphericalangle CBE=45^0\Rightarrow\Delta CEB$ este isoscel $\Rightarrow CE=CB$, $AD=\frac{DB}{2}\Rightarrow\sphericalangle ABD=30^0\Rightarrow\Delta CBO$ este echilateral $\Rightarrow CO=CB\Rightarrow CE=CB=CO\Rightarrow$	1p
	$\sphericalangle EOC=\frac{180^0-30^0}{2}=75^0$,	1p
	$\sphericalangle OPE=\sphericalangle CPB=180^0-60^0-45^0=75^0$, deci triunghiul POE este isoscel.	1p
6.	a) $BC=AB=12$ cm, triunghiul BCD este echilateral $\Rightarrow A_{\Delta BCD}=\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$	1p
	$A_{\Delta BCD}=\frac{12^2\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2=36\sqrt{3}\text{ cm}^2$	1p
	b) MN este linie mijlocie în triunghiul $ACD\Rightarrow MN\parallel AD, AD\subset(AOD)\Rightarrow MN\parallel(AOD)$	1p
	O este centrul cercului circumscris triunghiului BCD, $OD\cap BC=\{R\}$, R mijlocul lui BC $\Rightarrow P$ mijlocul lui $RC\Rightarrow MP$ este linie mijlocie în triunghiul $RCD\Rightarrow$	1p
	$\Rightarrow MP\parallel DR$, $DR\subset(AOD)\Rightarrow MP\parallel(AOD)$, deci $(AOD)\parallel(MNP)$.	1p