Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(3+3\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4=10$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+6$. Arătați că $f(0)+f(2)=f(4)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}-3=0$.

5p **4.** Prețul unui obiect este de 400 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 25%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,6)$ și $C(6,2)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=4$ și măsura unghiului C egală cu $60°$. Arătați că $BC=8$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(3)\right)=1$.

5p **b)** Arătați că $A(2)+A(6)=2A(4)$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(x)=3I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+6$.

5p **a)** Arătați că $1\circ(-3)=4$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 2=3x$.

5p **c)** Arătați că $\left(x^2+2\right)\circ(1-6x)\geq 0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{5x-2}{x-1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-3\right)dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=3e-1$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2\dfrac{f(x)}{x(x+3)}dx=\ln\dfrac{a}{2}$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\left(3+3\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4=$	**2p**
	$=6+4=10$	**3p**
2.	$f(0)=6$, $f(2)=12$	**2p**
	$f(4)=18$, deci $f(0)+f(2)=f(4)$	**3p**
3.	$\sqrt{2x-1}=3$, deci $2x-1=9$	**3p**
	$x=5$, care convine	**2p**
4.	$\frac{25}{100}\cdot 400=100$ de lei	**2p**
	Prețul obiectului după ieftinire este $400-100=300$ de lei	**3p**
5.	$AC=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$	**2p**
	$BC=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$, deci $AC=BC$, de unde obținem că triunghiul ABC este isoscel	**3p**
6.	$\cos C=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\frac{4}{BC}=\frac{1}{2}$, de unde obținem $BC=8$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$A(3)=\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(3)\right)=\begin{vmatrix}1&1\\2&3\end{vmatrix}=1\cdot3-1\cdot2=$	**3p**
	$=3-2=1$	**2p**
b)	$A(2)+A(6)=\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&1\\2&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&2\\4&8\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1&1\\2&4\end{pmatrix}=2A(4)$	**2p**
c)	$A(x)\cdot A(x)=\begin{pmatrix}3&1+x\\2+2x&2+x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}3&1+x\\2+2x&2+x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0\\0&3\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-1$	**2p**
2.a)	$1\circ(-3)=1-3+6=$	**3p**
	$=4$	**2p**
b)	$x\circ2=x+2+6=x+8$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x+8=3x$, de unde obținem $x=4$	**2p**

c)	$(x^2+2)\circ(1-6x)=x^2-6x+9$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x^2-6x+9=(x-3)^2\geq 0$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(5x-2)'(x-1)-(5x-2)(x-1)'}{(x-1)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{5(x-1)-(5x-2)}{(x-1)^2}=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$	**2p**
b)	$f(2)=8$, $f'(2)=-3$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(2)=f'(2)(x-2)$, adică $y=-3x+14$	**3p**
c)	$f''(x)=\dfrac{6}{(x-1)^3}$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$	**3p**
	$f''(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, deci funcția f este convexă	**2p**
2.a)	$\int\limits_0^1 (f(x)-3)dx=\int\limits_0^1 2x\,dx=x^2\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
b)	$\int\limits_0^1 e^x f(x)dx=\int\limits_0^1 e^x(2x+3)dx=e^x(2x+3)\Big\|_0^1-\int\limits_0^1 2e^x dx=5e-3-2e^x\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=5e-3-2e+2=3e-1$	**2p**
c)	$\int\limits_1^2 \dfrac{f(x)}{x(x+3)}dx=\int\limits_1^2 \dfrac{2x+3}{x^2+3x}dx=\int\limits_1^2 \dfrac{(x^2+3x)'}{x^2+3x}dx=\ln(x^2+3x)\Big\|_1^2=\ln\dfrac{5}{2}$	**3p**
	$\ln\dfrac{5}{2}=\ln\dfrac{a}{2}$, de unde obținem $a=5$, care convine	**2p**