Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_2=4$ și $a_3=6$. Calculați a_1.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+4$. Arătați că $f(0)=f(1)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3x-2}-49\cdot 7^x=0$.
5p	**4.** După ce parcurge 75% din lungimea unui traseu montan, un alpinist constată că mai are de parcurs 2 km până la finalul traseului. Calculați lungimea întregului traseu montan.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(5,7)$. Determinați lungimea segmentului AC, știind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
5p	**6.** Arătați că $4(\sin 60°\cdot\cos 30°-\sin 45°\cdot\cos 45°)=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=\dfrac{x+y}{2}-1$.
5p	**1.** Arătați că $(-2)\circ 4=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $(2x+1)\circ 1=x$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x^2\circ x=2$.
5p	**5.** Arătați că $(x^2+3)\circ(4x+5)\geq 1$, pentru orice număr real x.
5p	**6.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $m\circ n\leq 0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a-1&a\\a&a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(2))=-1$.
5p	**2.** Arătați că $A(2)+A(0)=2A(1)$.
5p	**3.** Arătați că $A(0)\cdot A(0)=I_2$.
5p	**4.** Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)+aI_2)=11$.
5p	**6.** Se consideră matricea $C(a,b)=aA(b)+bA(a)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați perechile (a,b) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $C(a,b)$ este egală cu 24.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_2=\dfrac{a_1+a_3}{2}$	**3p**
	$a_1=2$	**2p**
2.	$f(0)=4$	**2p**
	$f(1)=4$, deci $f(0)=f(1)$	**3p**
3.	$7^{3x-2}=7^{x+2}$, deci $3x-2=x+2$, de unde obținem $2x=4$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	$x-\dfrac{75}{100}\cdot x=2$, unde x reprezintă lungimea traseului	**3p**
	$x=8\text{ km}$	**2p**
5.	$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$	**3p**
	$AC=2AB=10$	**2p**
6.	$\sin 60°=\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45°=\cos 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$4(\sin 60°\cdot\cos 30°-\sin 45°\cdot\cos 45°)=4\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=4\cdot\dfrac{1}{4}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-2)\circ 4=\dfrac{-2+4}{2}-1=$	**3p**
	$=1-1=0$	**2p**
2.	$y\circ x=\dfrac{y+x}{2}-1=$	**3p**
	$=\dfrac{x+y}{2}-1=x\circ y$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$(2x+1)\circ 1=\dfrac{2x+1+1}{2}-1=$	**2p**
	$=x+1-1=x$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$x^2\circ x=\dfrac{x^2+x}{2}-1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\dfrac{x^2+x}{2}-1=2$, deci $x^2+x-6=0$, de unde obținem $x=-3$ sau $x=2$	**3p**

5.	$\left(x^2+3\right)\circ\left(4x+5\right)=\dfrac{x^2+3+4x+5}{2}-1=\dfrac{x^2+4x+6}{2}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\dfrac{x^2+4x+6}{2}=\dfrac{x^2+4x+4}{2}+1=\dfrac{\left(x+2\right)^2}{2}+1\geq 1$, pentru orice număr real x	**3p**
6.	$m\circ n=\dfrac{m+n-2}{2}$, pentru orice numere naturale m și n	**2p**
	$\dfrac{m+n-2}{2}\leq 0\Leftrightarrow m+n\leq 2$ și, cum m și n sunt numere naturale, cu $m<n$, obținem perechile $\left(0,1\right)$ și $\left(0,2\right)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(2)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(2)\right)=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-2\cdot 2=$	**3p**
	$=3-4=-1$	**2p**
2.	$A\left(2\right)+A\left(0\right)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=2A\left(1\right)$	**2p**
3.	$A\left(0\right)\cdot A\left(0\right)=\begin{pmatrix}\left(-1\right)\cdot\left(-1\right)+0\cdot 0 & \left(-1\right)\cdot 0+0\cdot 1\\ 0\cdot\left(-1\right)+1\cdot 0 & 0\cdot 0+1\cdot 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
4.	$\det\left(A\left(a\right)\right)=\begin{vmatrix}a-1 & a\\ a & a+1\end{vmatrix}=\left(a-1\right)\left(a+1\right)-a^2=$	**3p**
	$=a^2-1-a^2=-1$, deci $\det\left(A\left(a\right)\right)\neq 0$, de unde obținem că matricea $A\left(a\right)$ este inversabilă, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$A(a)+aI_2=\begin{pmatrix}2a-1 & a\\ a & 2a+1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(a)+aI_2\right)=3a^2-1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$3a^2-1=11$, de unde obținem $a=-2$ sau $a=2$	**2p**
6.	$C\left(a,b\right)=aA\left(b\right)+bA\left(a\right)=\begin{pmatrix}2ab-a-b & 2ab\\ 2ab & 2ab+a+b\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale	**2p**
	$8ab=24$, deci $ab=3$ și, cum a și b sunt numere naturale, obținem perechile $\left(1,3\right)$ și $\left(3,1\right)$	**3p**