Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

26 August 2024

Gradul didactic II

Metodica predării matematicii
Varianta 1

1. Considerăm familia de funcţii $f_m : [0,2] \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = (m+3)x^2 - 3mx + m + 1$, unde m este un parametru real.
a) Pentru problema: *Arătaţi că graficul funcţiei f_{-3} este un segment de dreaptă*, scrieţi o rezolvare completă, însoţită de explicaţiile relevante pe care le-aţi da elevilor în contextul rezolvării problemei la clasa a IX-a.
b) Considerăm problema: *Determinaţi valorile parametrului real m pentru care funcţia f_m este injectivă.* Enunţaţi trei probleme care să îl ajute pe elev(ul de clasa a X-a) la rezolvarea acestei probleme. Rezolvaţi-o pe cea care consideraţi că este mai dificilă pentru elevi. Descrieţi modul în care se rezolvă problema dată folosind problemele propuse de dvs.
c) Propuneţi la clasă problema: *Determinaţi valorile parametrului real m pentru care graficul funcţiei f_m intersectează axa Ox.* Constataţi că elevii din clasă nu reuşesc să găsească o abordare coerentă a rezolvării problemei. Descrieţi un scenariu care să-i conducă pe elevi(i de clasa a IX-a), pe baza unor demersuri ajutătoare relevante întreprinse de dvs., la rezolvarea problemei. Prezentaţi respectiva rezolvare a problemei. Menţionaţi o greşeală pe care elevii o pot face în rezolvarea problemei.

2. Fie $x_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \cdots + \frac{(-1)^n}{n+1}$ şi $y_n = \int_0^1 \frac{1}{1+t+\sqrt{n}\,\mathrm{arctg}(t^n)}dt$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
a) Arătaţi că $1-t+t^2-\cdots+(-1)^n t^n = \frac{1}{1+t} + \frac{(-1)^n t^{n+1}}{1+t}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ şi $t \in [0,1]$. Menţionaţi două greşeli pe care elevii le pot face în rezolvarea cerinţei.
b) Considerăm problema: *Arătaţi că* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \ln 2$. Propuneţi două probleme ajutătoare (cu soluţii) pentru rezolvarea cerinţei. Apoi finalizaţi rezolvarea problemei iniţiale.
c) Determinaţi $\lim\limits_{n\to\infty} y_n$. Menţionaţi două dificultăţi pe care elevii le pot întâmpina în rezolvarea cerinţei.

3. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A şi M un punct mobil pe segmentul (BC). Considerăm P şi Q proiecţiile punctului M pe catetele AB, respectiv AC, iar T şi S simetricele punctului M faţă de P, respectiv Q.
a) Arătaţi că suma distanţelor de la P şi Q la ipotenuza BC este egală cu distanţa de la vârful A la BC. Propuneţi, în funcţie de programa clasei, două moduri de rezolvare a acestei cerinţe, precizând clasa la care aplicaţi fiecare metodă. Rezolvaţi complet cu una dintre metode.
b) Considerăm problema: *Arătaţi că T, A, S sunt puncte coliniare. Demonstraţi că patrulaterul $BCST$ este paralelogram dacă şi numai dacă M este mijlocul segmentului (BC).* Prezentaţi o rezolvare şi un barem detaliat de corectare dacă aţi da această problemă la o lucrare, utilizând un punctaj de la 1 la 10.
c) Propuneţi la clasă problema: *Pentru ce poziţie a punctului M perimetrul patrulaterului $BCST$ are valoare minimă?* Un elev afirmă că M trebuie să fie mijlocul segmentului (BC), iar altul că M trebuie să fie piciorul perpendicularei din A pe BC. Imaginaţi un dialog cu cei doi elevi prin care să clarificaţi şi să rezolvaţi complet problema.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore.