Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+3\right)-3\sqrt{2}+2=4$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+3$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{4x-3}=2^{2-x}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, numărul $2n+1$ să aparțină mulțimii A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$. Calculați aria triunghiului AOB.

5p **6.** Arătați că $\left(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ\right)\left(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ\right)=\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=3xy-2(x+y-1)$.

5p **1.** Arătați că $1\circ 2=2$.

5p **2.** Arătați că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.

5p **4.** Determinați numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.

5p **5.** Demonstrați că $x\circ y=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Arătați că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}=\frac{2}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a+1 & -1\\ 1 & a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=1$.

5p **2.** Demonstrați că $I_2+A(a-1)=A(a)$, pentru orice număr real a.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)\right)=a$.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}8 & -4\\ 4 & 0\end{pmatrix}$.

5p **5.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(2)$.

5p **6.** Demonstrați că $\det\left(A(a)+I_2\right)\geq 0$, pentru orice număr real a.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+3\right)-3\sqrt{2}+2=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2=$	**2p**
	$=2+2=4$	**3p**
2.	$f(m)=3m+2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$g(m)=2m+3$, pentru orice număr real m, deci $3m+2=2m+3$, de unde obținem $m=1$	**3p**
3.	$4x-3=2-x$, de unde obținem $5x=5$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Numerele n, din mulțimea A, pentru care numărul $2n+1$ aparține mulțimii A sunt 1, 2, 3 și 4, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{9}$	**3p**
5.	$AO=3$, $BO=4$	**3p**
	Cum triunghiul AOB este dreptunghic în O, obținem $\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\frac{AO\cdot BO}{2}=6$	**2p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\left(\sin 60°+\sin 30°\right)\left(\sin 60°-\sin 30°\right)=\sin 45°\cdot\cos 45° \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 2=3\cdot 1\cdot 2-2\left(1+2-1\right)=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$x\circ 1=3\cdot x\cdot 1-2\left(x+1-1\right)=3x-2x=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$1\circ x=3\cdot 1\cdot x-2\left(1+x-1\right)=3x-2x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
3.	$\left(x\circ 2\right)+\left(x\circ 3\right)=4x-2+7x-4=11x-6$, pentru orice număr real x	**3p**
	$11x-6=5$, de unde obținem $x=1$	**2p**
4.	$\left(3n+1\right)\circ 1=3n+1$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$3n+1<7$, de unde obținem $n<2$ și, cum n este număr natural, rezultă $n=0$ și $n=1$	**3p**
5.	$x\circ y=3xy-2x-2y+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=3x\left(y-\frac{2}{3}\right)-2\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}=$	**3p**
	$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**

6.	$x\circ\frac{2}{3}=\frac{2}{3}\circ x=\frac{2}{3}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\left(\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\right)\circ\left(\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\right)=\frac{2}{3}\circ\left(\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\right)=\frac{2}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1)=\begin{pmatrix}2&-1\\1&0\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(1))=\begin{vmatrix}2&-1\\1&0\end{vmatrix}=2\cdot0-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**
2.	$I_2+A(a-1)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a&-1\\1&a-2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}a+1&-1\\1&a-1\end{pmatrix}=A(a)$, pentru orice număr real a	**2p**
3.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a+1&-1\\1&a-1\end{vmatrix}=(a+1)\cdot(a-1)-1\cdot(-1)=a^2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2=a$, de unde obținem $a=0$ sau $a=1$	**2p**
4.	$A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a+1&-1\\1&a-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a+1&-1\\1&a-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a^2+2a&-2a\\2a&a^2-2a\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\begin{pmatrix}a^2+2a&-2a\\2a&a^2-2a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&-4\\4&0\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=2$	**2p**
5.	Inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}0&1\\-1&2\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=\begin{pmatrix}3&-1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\-1&3\end{pmatrix}$	**2p**
6.	$A(a)+I_2=\begin{pmatrix}a+2&-1\\1&a\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(a)+I_2)=a^2+2a+1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2+2a+1=(a+1)^2\geq0$, pentru orice număr real a	**2p**