Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1 = 4$ și $b_2 = 8$. Calculați b_3.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 7x+2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 9$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x+3) = \log_2(3x+1)$.

5p **4.** După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect a crescut cu 50 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(8,4)$ și $C(4,0)$. Demonstrați că $BM = CM$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 12$ și $BC = 13$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea $M = (0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 1$.

5p **1.** Arătați că $1 \circ 1 = 3$.

5p **2.** Determinați $x \in M$ pentru care $x \circ x = 2$.

5p **3.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$" este comutativă.

5p **4.** Determinați $x \in M$ pentru care $x \circ \frac{1}{x} = 3$.

5p **5.** Determinați numerele naturale n pentru care $(n+1)\circ(n+1)$ este număr natural.

5p **6.** Determinați $x \in (1,+\infty)$ pentru care $(\log_2 x)\circ(\log_x 2) = \frac{7}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 2 \\ 2 & a-6 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(6)) = -4$.

5p **2.** Arătați că $A(3)\cdot A(1) = 19I_2$.

5p **3.** Demonstrați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -20$.

5p **5.** Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$.

5p **6.** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-1)\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei este $q=\frac{b_2}{b_1}=2$	**3p**
	$b_3=b_2\cdot q=16$	**2p**
2.	$f(a)=7a+2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$7a+2=9$, de unde obținem $a=1$	**3p**
3.	$2x+3=3x+1$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	$\frac{25}{100}\cdot x=50$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire	**3p**
	$x=200$ de lei	**2p**
5.	$M(4,4)$	**2p**
	$BM=4$, $CM=4$, deci $BM=CM$	**3p**
6.	$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=5$	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+BC+AC=30$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 1=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+1=$	**3p**
	$=1+1+1=3$	**2p**
2.	$x\circ x=\frac{2}{x}+1$, pentru orice $x\in M$	**3p**
	$\frac{2}{x}+1=2$, de unde obținem $x=2$, care convine	**2p**
3.	$y\circ x=\frac{1}{y}+\frac{1}{x}+1=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+1=$	**3p**
	$=x\circ y$, pentru orice $x\in M$ și $y\in M$, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**2p**
4.	$x\circ\frac{1}{x}=\frac{x^2+x+1}{x}$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$\frac{x^2+x+1}{x}=3$, deci $x^2-2x+1=0$, de unde obținem $x=1$, care convine	**3p**
5.	$(n+1)\circ(n+1)=\frac{2}{n+1}+1$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$(n+1)\circ(n+1)$ este număr natural dacă $n+1$ este divizor natural al lui 2, de unde obținem $n=0$ și $n=1$, care convin	**3p**

6.	$(\log_2 x)\circ(\log_x 2)=\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_x 2}+1$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$	**2p**
	$\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_x 2}+1=\frac{7}{2}$ și, cum $\frac{1}{\log_x 2}=\log_2 x$, obținem $\log_2 x=2$ sau $\log_2 x=\frac{1}{2}$, de unde rezultă $x=4$ sau $x=\sqrt{2}$, care convin	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(6)=\begin{pmatrix}8 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(6))=\begin{vmatrix}8 & 2\\ 2 & 0\end{vmatrix}=8\cdot 0-2\cdot 2=$	**3p**
	$=0-4=-4$	**2p**
2.	$A(3)\cdot A(1)=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}19 & 0\\ 0 & 19\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=19\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=19I_2$	**2p**
3.	$A(a)+A(-a)=\begin{pmatrix}a+2 & 2\\ 2 & a-6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-a+2 & 2\\ 2 & -a-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 4\\ 4 & -12\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & -6\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real a	**2p**
4.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a+2 & 2\\ 2 & a-6\end{vmatrix}=a^2-4a-16$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2-4a-16=-20$, de unde obținem $a=2$	**2p**
5.	$A(a^2)-A(a)=\begin{pmatrix}a^2-a & 0\\ 0 & a^2-a\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$\begin{pmatrix}a^2-a & 0\\ 0 & a^2-a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=-1$ sau $a=2$	**3p**
6.	$A(-1)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+2y\\ 2x-7y\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale	**2p**
	$\begin{pmatrix}x+2y\\ 2x-7y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ 9\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=1$ și $y=-1$	**3p**