

Prezenta lucrare conține \_\_\_\_\_ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU  
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023 – 2024**

**Matematică**

**Numele:**.....  
.....  
**Inițiala prenumelui tatălui:** .....  
**Prenumele:**.....  
.....  
**Școala de  
proveniență:** .....  
.....  
**Centrul de examen:** .....  
**Localitatea:** .....  
**Județul:** .....

| Nume și prenume asistent | Semnătura |
|--------------------------|-----------|
|                          |           |
|                          |           |
|                          |           |

| A | COMISIA DE EVALUARE | NOTA (CIFRE ȘI LITERE) | NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI | SEMNĂTURA |
|---|---------------------|------------------------|----------------------------------|-----------|
|   | EVALUATOR I         |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR II        |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR III       |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR IV        |                        |                                  |           |
|   | NOTA FINALĂ         |                        |                                  |           |

| B | COMISIA DE EVALUARE | NOTA (CIFRE ȘI LITERE) | NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI | SEMNĂTURA |
|---|---------------------|------------------------|----------------------------------|-----------|
|   | EVALUATOR I         |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR II        |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR III       |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR IV        |                        |                                  |           |
|   | NOTA FINALĂ         |                        |                                  |           |

| C | COMISIA DE EVALUARE | NOTA (CIFRE ȘI LITERE) | NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI | SEMNĂTURA |
|---|---------------------|------------------------|----------------------------------|-----------|
|   | EVALUATOR I         |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR II        |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR III       |                        |                                  |           |
|   | EVALUATOR IV        |                        |                                  |           |
|   | NOTA FINALĂ         |                        |                                  |           |

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

### SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)


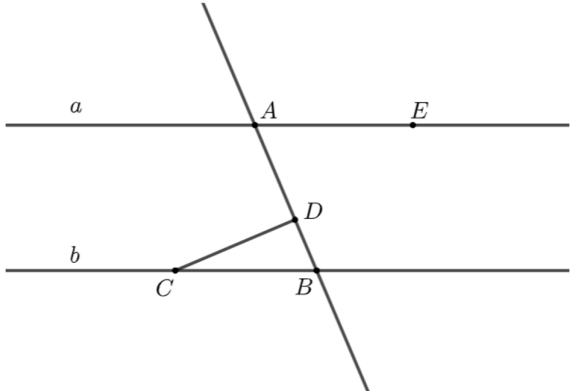
|    |   |
|----|---|
| 5p | 1. Rezultatul calculului $14 - 14 : (4 - 2)$ este:<br><br>a) 0<br>b) 7<br>c) 14<br>d) 21  |
| 5p | 2. Dacă $\frac{6}{a} = \frac{b}{2}$ , $a \neq 0$ , atunci raportul $\frac{a \cdot b}{a \cdot b + 1}$ este egal cu:<br><br>a) $\frac{12}{13}$<br>b) 1<br>c) $\frac{12}{11}$<br>d) 12 |
| 5p | 3. Mulțimea divizorilor naturali ai numărului 15 este:<br><br>a) $\{3, 5\}$<br>b) $\{0, 3, 5, 15\}$<br>c) $\{1, 3, 5, 15\}$<br>d) $\{3, 5, 15\}$                                    |
| 5p | 4. Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $2x^2 = 8$ este:<br><br>a) $\{-2\}$<br>b) $\{-2, 2\}$<br>c) $\{2\}$<br>d) $\{4\}$   |


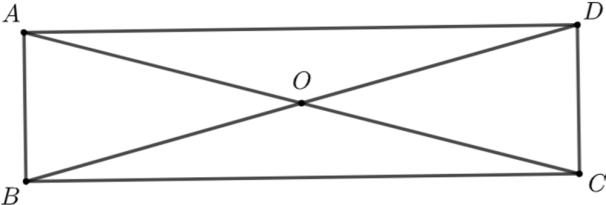
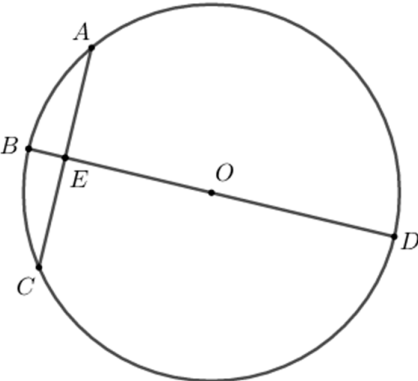
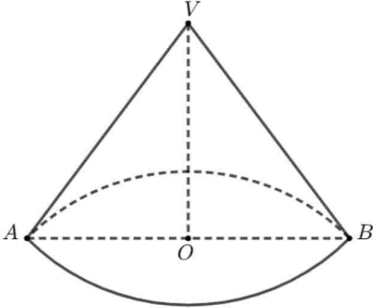
|                 |  |                 |                 |        |       |                 |                 |                 |                 |
|-----------------|--|-----------------|-----------------|--------|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>5p</b>       | <p>5. Patru elevi, George, Anca, Marius și Alina, ordonează crescător numerele <math>a = \frac{2}{3}</math>, <math>b = 0,5</math>, <math>c = 0,1(3)</math> și <math>d = \frac{1}{4}</math>. Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>George</td> <td>Anca</td> <td>Marius</td> <td>Alina</td> </tr> <tr> <td><math>d &lt; c &lt; b &lt; a</math></td> <td><math>c &lt; d &lt; a &lt; b</math></td> <td><math>c &lt; d &lt; b &lt; a</math></td> <td><math>d &lt; b &lt; a &lt; c</math></td> </tr> </table> <p>Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect este:</p> <p>a) George<br/>b) Anca<br/>c) Marius<br/>d) Alina</p> | George          | Anca            | Marius | Alina | $d < c < b < a$ | $c < d < a < b$ | $c < d < b < a$ | $d < b < a < c$ |
| George          | Anca   | Marius          | Alina           |        |       |                 |                 |                 |                 |
| $d < c < b < a$ | $c < d < a < b$  | $c < d < b < a$ | $d < b < a < c$ |        |       |                 |                 |                 |                 |
| <b>5p</b>       | <p>6. În prezent, Ioana și Maria au împreună 28 de ani. Afirmatia „Peste 3 ani, Ioana și Maria vor avea împreună 31 de ani.” este:</p> <p>a) adevărată<br/>b) falsă</p>  |                 |                 |        |       |                 |                 |                 |                 |

### SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

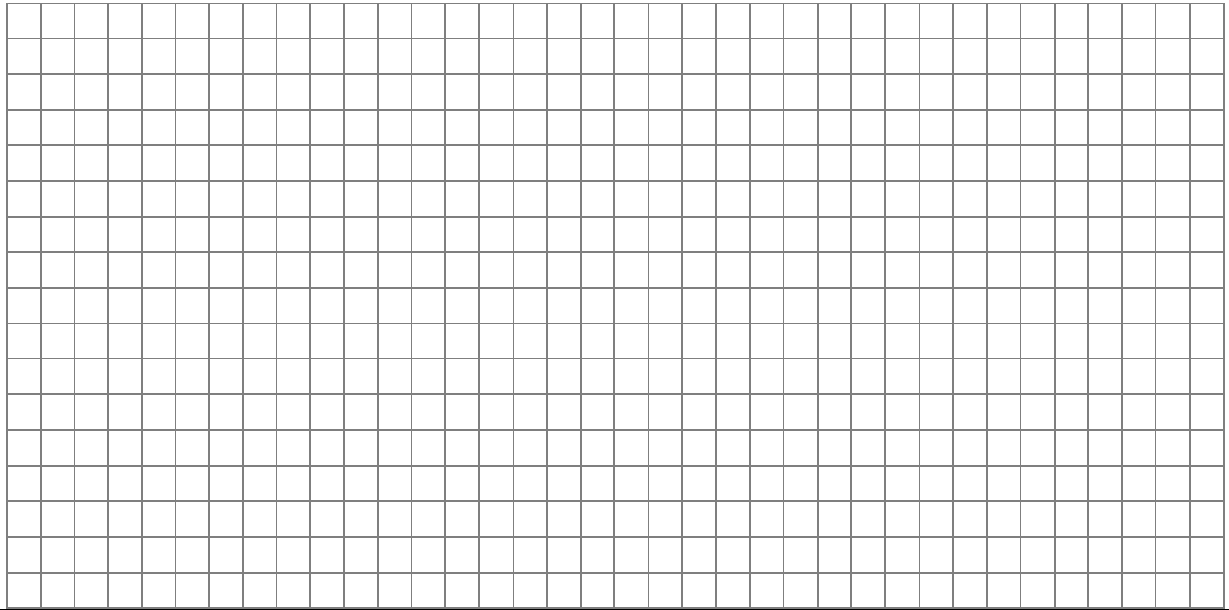
(30 de puncte)

|           |   |
|-----------|---|
| <b>5p</b> | <p>1. În figura alăturată punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> și <math>D</math> sunt coliniare, în această ordine, astfel încât <math>AB &lt; BC &lt; CD</math> și <math>BC = 7\text{cm}</math>. Lungimile segmentelor <math>AB</math>, <math>BC</math> și <math>CD</math>, exprimate în centimetri, sunt trei numere naturale consecutive, iar punctul <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>AB</math>. Lungimea segmentului <math>MD</math> este egală cu:</p> <p>a) 10 cm<br/>b) 13 cm<br/>c) 18 cm<br/>d) 21 cm</p>    |
| <b>5p</b> | <p>2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele <math>a</math> și <math>b</math>. Punctele <math>A</math> și <math>E</math> aparțin dreptei <math>a</math>, iar punctele <math>B</math> și <math>C</math> aparțin dreptei <math>b</math>. Dreapta <math>CD</math> este perpendiculară pe dreapta <math>AB</math>, punctul <math>D</math> aparține segmentului <math>AB</math>, iar măsura unghiului <math>DAE</math> este egală cu <math>67^\circ</math>. Măsura unghiului <math>DCB</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>23^\circ</math><br/>b) <math>33^\circ</math><br/>c) <math>67^\circ</math><br/>d) <math>113^\circ</math></p>  |

|                  |  |
|------------------|--|
| <p><b>5p</b></p> | <p><b>3.</b> În figura alăturată este reprezentat triunghiul <math>ABC</math>, dreptunghic în <math>A</math>, cu măsura unghiului <math>C</math> egală cu <math>75^\circ</math>. Punctul <math>E</math> aparține semidreptei <math>AC</math> astfel încât semidreapta <math>BC</math> este bisectoarea unghiului <math>ABE</math>. Măsura unghiului <math>BEC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>15^\circ</math><br/>b) <math>30^\circ</math><br/>c) <math>60^\circ</math><br/>d) <math>105^\circ</math></p>   |
| <p><b>5p</b></p> | <p><b>4.</b> În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul <math>ABCD</math>, cu <math>AC = 20</math> cm și <math>O</math> punctul de intersecție a dreptelor <math>AC</math> și <math>BD</math>. Măsura unghiului <math>AOB</math> este egală cu <math>30^\circ</math>. Aria dreptunghiului <math>ABCD</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>20 \text{ cm}^2</math><br/>b) <math>25 \text{ cm}^2</math><br/>c) <math>100 \text{ cm}^2</math><br/>d) <math>200 \text{ cm}^2</math></p>   |
| <p><b>5p</b></p> | <p><b>5.</b> În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul <math>O</math>. Diametrul <math>DB</math> are lungimea egală cu <math>50</math> cm. Coarda <math>AC</math> are lungimea egală cu <math>30</math> cm și este perpendiculară pe diametrul <math>BD</math>. Dacă <math>E</math> este punctul de intersecție a dreptelor <math>AC</math> și <math>BD</math>, atunci lungimea segmentului <math>OE</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>20</math> cm<br/>b) <math>15</math> cm<br/>c) <math>12</math> cm<br/>d) <math>10</math> cm</p>  |
| <p><b>5p</b></p> | <p><b>6.</b> În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu înălțimea <math>VO = 8</math> cm și secțiunea axială triunghiul <math>VAB</math>, cu <math>VA = 10</math> cm. Volumul conului este egal cu:</p> <p>a) <math>60\pi \text{ cm}^3</math><br/>b) <math>96\pi \text{ cm}^3</math><br/>c) <math>120\pi \text{ cm}^3</math><br/>d) <math>360\pi \text{ cm}^3</math></p>   |



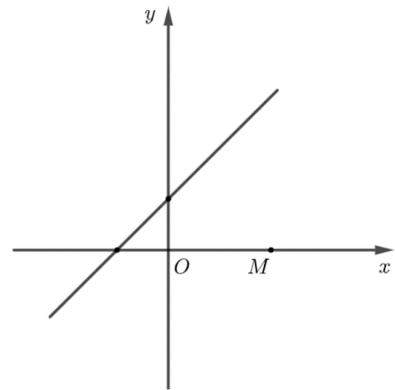
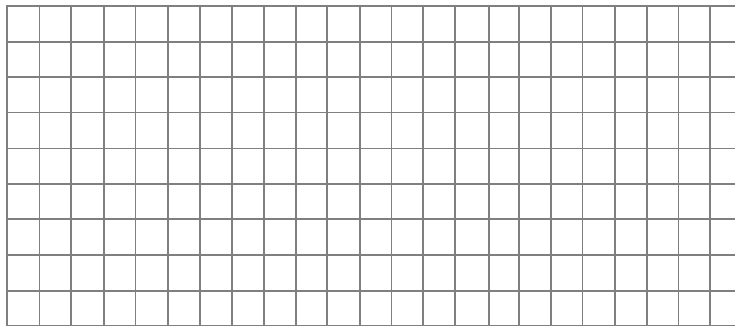
**(3p) b)** Determină numerele naturale  $n$ ,  $n \neq 2$ , pentru care  $N = E(n) - 1$  este număr natural.



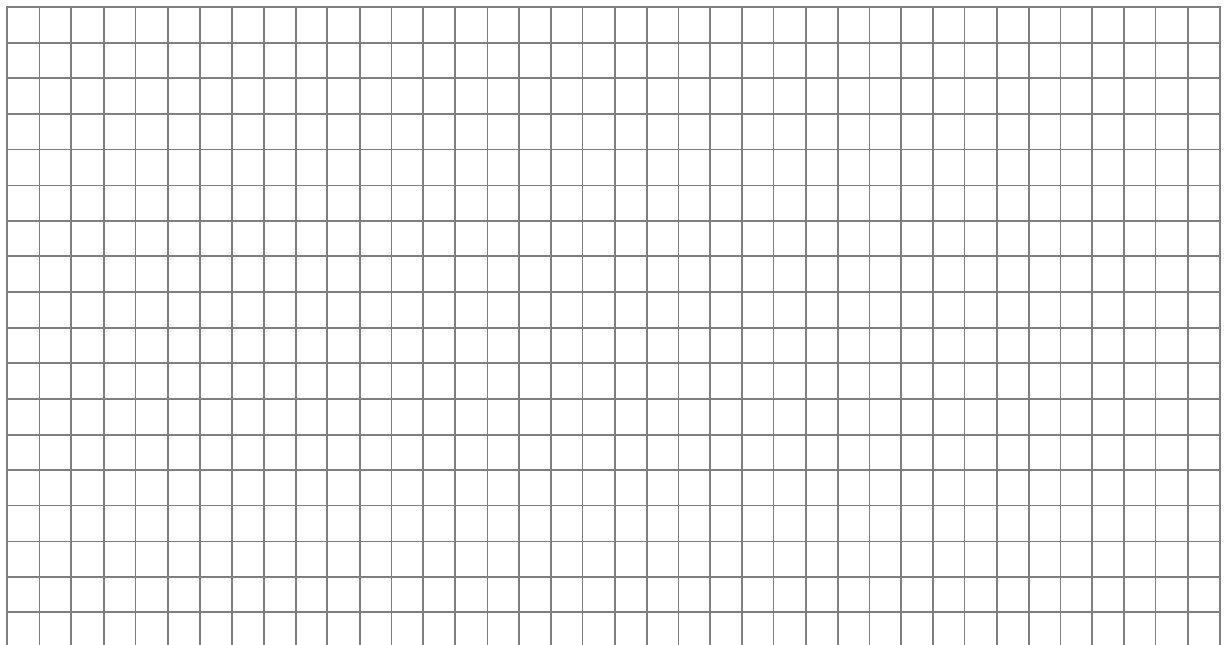
**5p**

3. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .

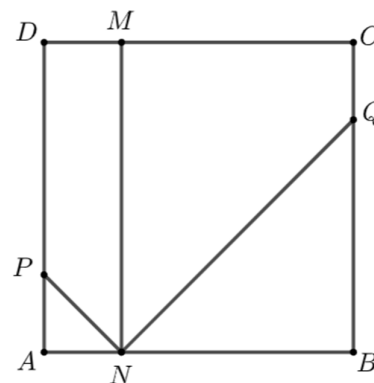
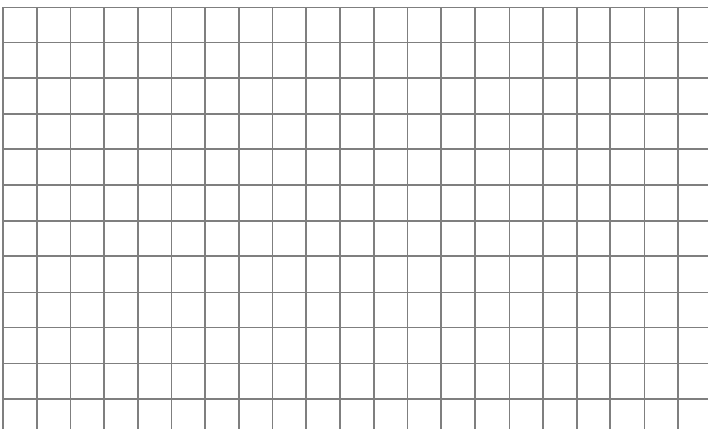
**(2p) a)** Arată că  $2 \cdot f(1) = f(4)$ .



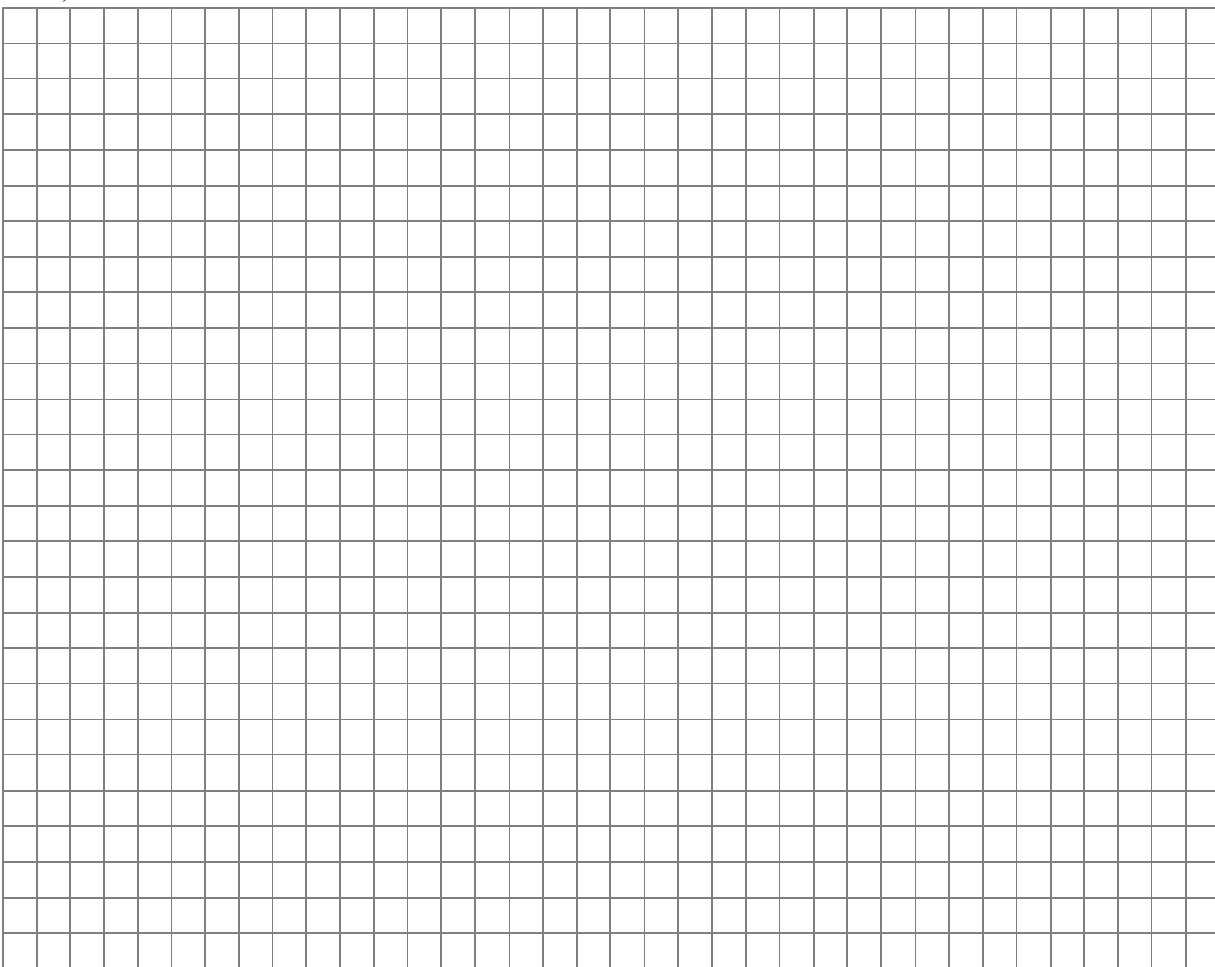
**(3p) b)** Reprezentarea geometrică a graficului funcției  $f$  intersectează axele  $Ox$  și  $Oy$  ale sistemului de axe ortogonale  $xOy$  în punctele  $A$ , respectiv  $B$ . Determină distanța de la punctul  $M(4,0)$  la dreapta  $AB$ .



- 5p** 4. În figura alăturată este reprezentat pătratul  $ABCD$ . Punctul  $M$  aparține laturii  $CD$ , iar paralela prin  $M$  la dreapta  $AD$  intersectează latura  $AB$  în punctul  $N$ . Bisectoarea unghiului  $ANM$  intersectează latura  $AD$  în punctul  $P$ , iar bisectoarea unghiului  $MNB$  intersectează latura  $BC$  în punctul  $Q$ .  
**(2p) a)** Arată că măsura unghiului  $PNQ$  este egală cu  $90^\circ$ .

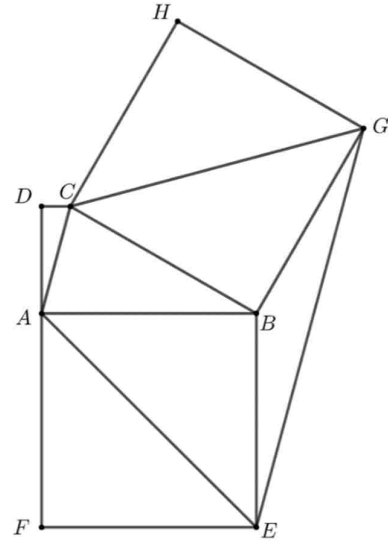
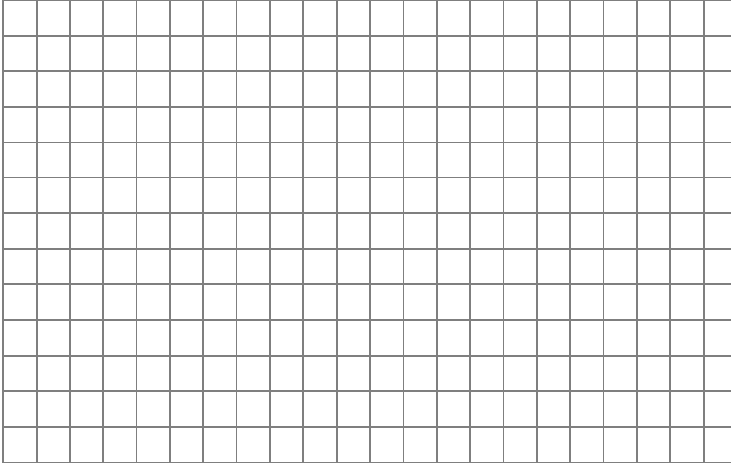


- (3p) b)** Demonstrează că punctele  $P$ ,  $O$  și  $Q$  sunt coliniare, unde  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ .

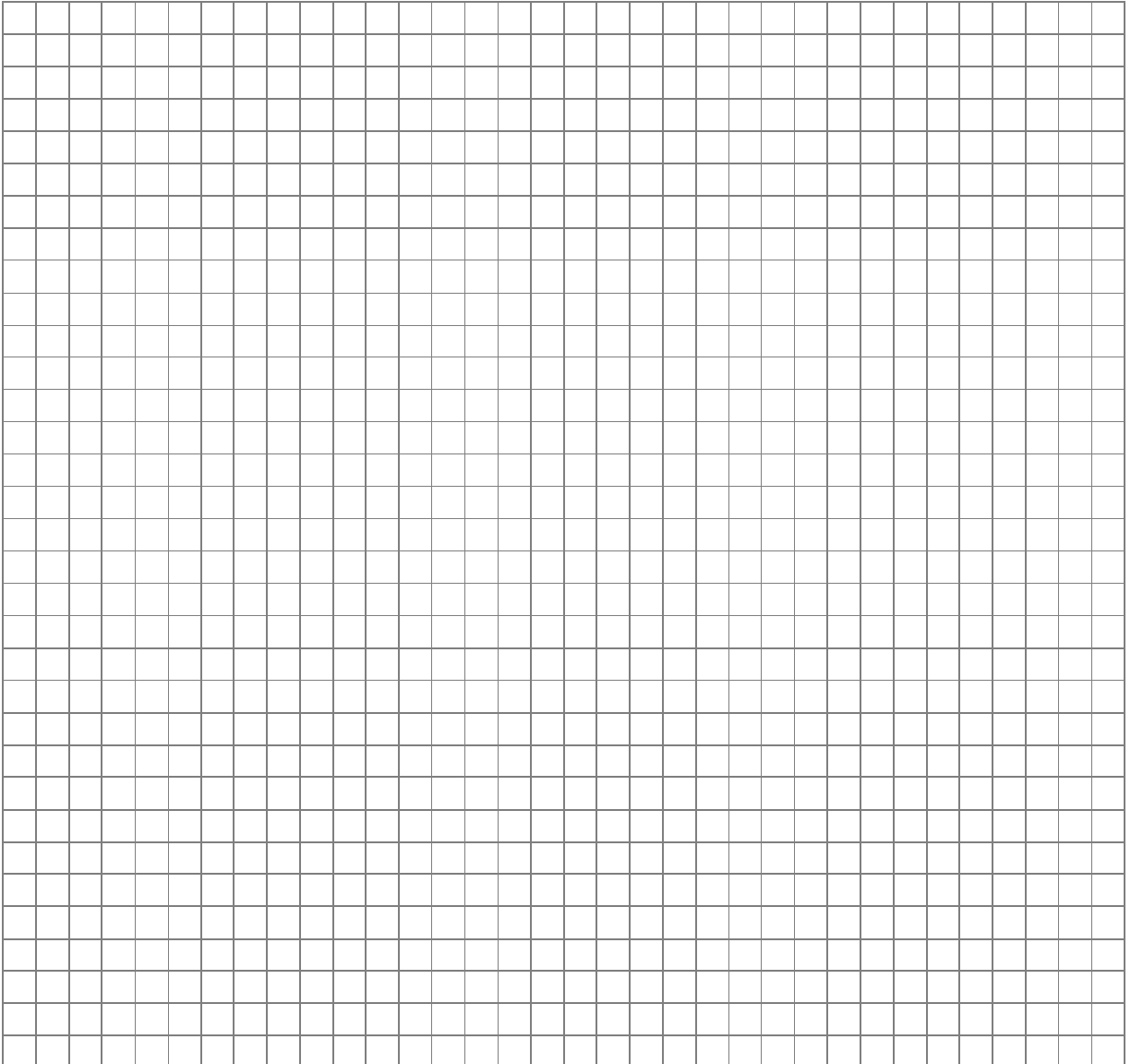


**5p** 5. În figura alăturată este reprezentat trapezul  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2 \cdot AD = 4 \text{ cm}$ , măsura unghiului  $BAD$  egală cu  $90^\circ$  și măsura unghiului  $ABC$  egală cu  $30^\circ$ . În exteriorul trapezului se construiesc pătratele  $ABEF$  și  $BCHG$ .

**(2p) a)** Arată că  $BC = 4 \text{ cm}$ .



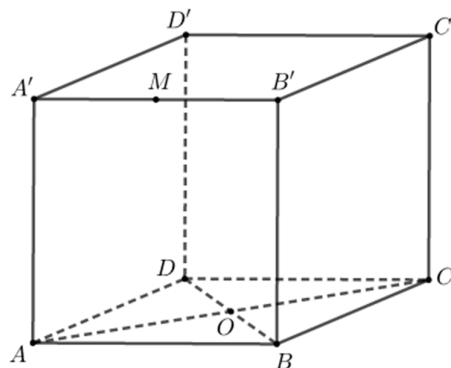
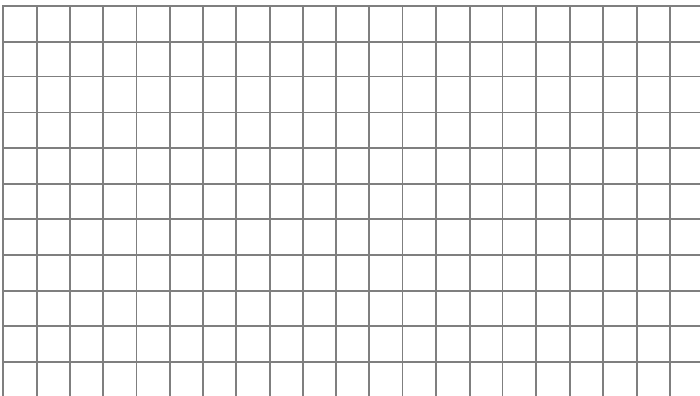
**(3p) b)** Demonstrează că patrulaterul  $AEGC$  este trapez isoscel.



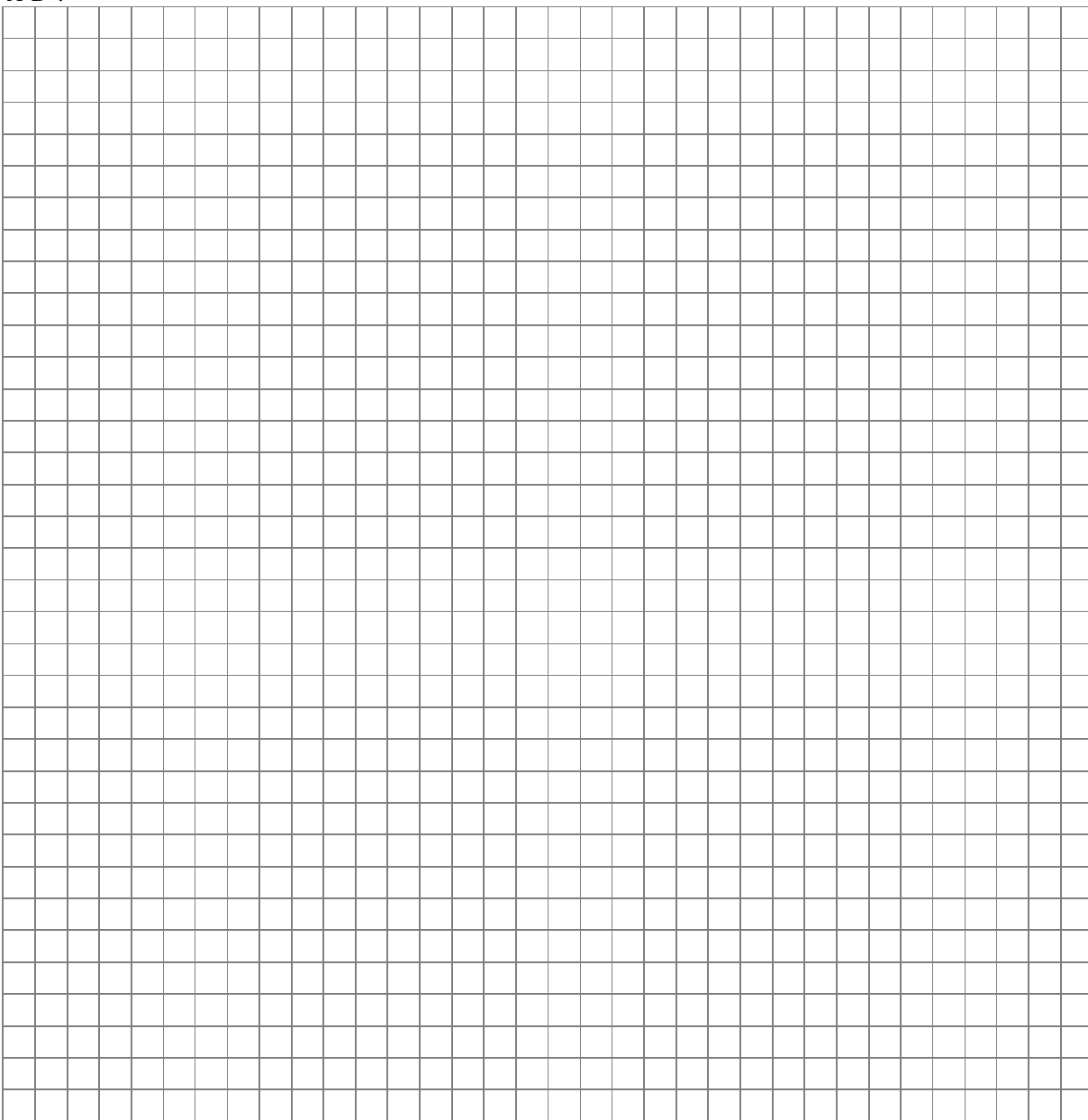


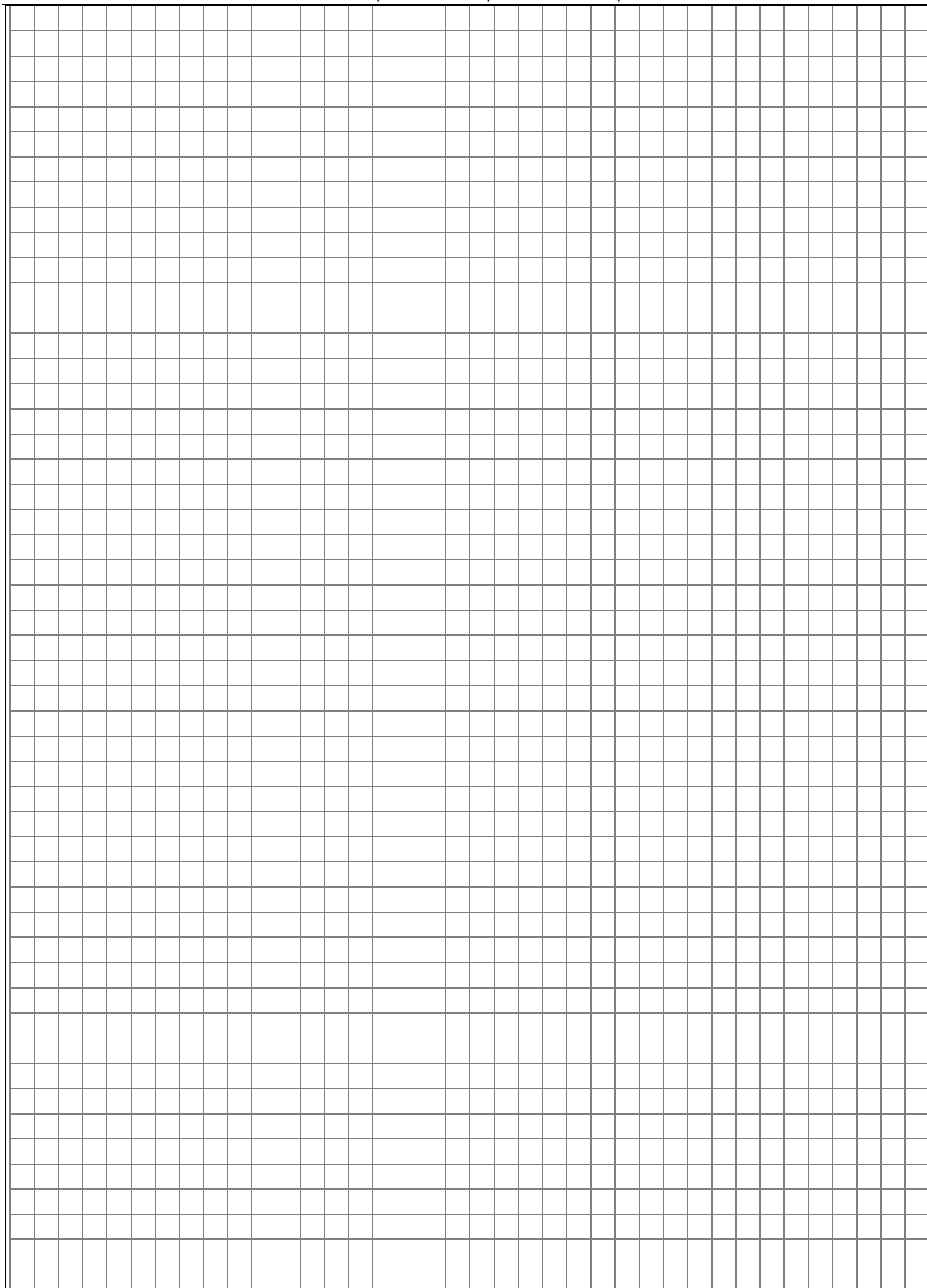
**5p** 6. În figura alăturată este reprezentat cubul  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 8\text{cm}$  și  $O$  punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ .

**(2p) a)** Calculează volumul cubului  $ABCD A' B' C' D'$ .



**(3p) b)** Determină distanța de la punctul  $O$  la planul  $(CMD)$ , unde punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $A'B'$ .





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2023 - 2024**  
**Matematică**

Varianta 2

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1. | b) | 5p |
| 2. | a) | 5p |
| 3. | c) | 5p |
| 4. | b) | 5p |
| 5. | c) | 5p |
| 6. | b) | 5p |

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1. | c) | 5p |
| 2. | a) | 5p |
| 3. | c) | 5p |
| 4. | c) | 5p |
| 5. | a) | 5p |
| 6. | b) | 5p |

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

|    |  |          |
|----|--|----------|
| 1. | a) $205 \cdot 25 = 5125$ de lei  | 1p       |
|    | $5150 - 5125 = 25$ , care nu este multiplu de 20, deci nu au fost vândute 205 bilete pentru adulți   | 1p       |
|    | b) $25 \cdot (225 - n) + 20n = 5150$ , unde $n$ reprezintă numărul билетelor pentru copii  | 1p       |
|    | $5625 - 5n = 5150$<br>$n = 95$   | 1p<br>1p |
| 2. | a) $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{2(x+2) + x(x-2)}{(x-2)(x+2)} =$<br>$= \frac{x^2 + 4}{(x-2)(x+2)}$ , pentru orice număr real $x$ , $x \neq -2$ , $x \neq 2$               | 1p<br>1p |
|    | b) $E(x) = \frac{x+2}{x-2}$ , pentru orice număr real $x$ , $x \neq -2$ , $x \neq 2$   | 1p       |
|    | $N = \frac{4}{n-2}$ , pentru orice număr natural $n \neq 2$<br>$N$ este număr natural, deci $n-2 = 1$ sau $n-2 = 2$ sau $n-2 = 4$ , de unde obținem $n = 3$ , $n = 4$ ,<br>$n = 6$ | 1p<br>1p |
| 3. | a) $f(1) = 3$  | 1p       |
|    | $f(4) = 6$ , de unde obținem $2 \cdot f(1) = f(4)$   | 1p       |

|           |  |  |
|-----------|--|--|
|           | <p><b>b)</b> <math>A(-2,0)</math> și <math>B(0,2)</math></p> <p>Triunghiul <math>AOB</math> este dreptunghic în <math>O</math>, deci <math>AB = 2\sqrt{2}</math></p> <p><math>MN \perp AB</math>, <math>N \in AB</math>, <math>MN = \frac{MA \cdot BO}{AB}</math> și, cum <math>MA = 6\text{ cm}</math>, obținem <math>MN = 3\sqrt{2}\text{ cm}</math></p>   | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>                                   |
| <b>4.</b> | <p><b>a)</b> <math>NP</math> este bisectoarea unghiului <math>ANM</math>, deci <math>\sphericalangle PNM = 45^\circ</math></p> <p><math>NQ</math> este bisectoarea unghiului <math>MNB</math>, deci <math>\sphericalangle MNQ = 45^\circ</math>, de unde obținem <math>\sphericalangle PNQ = 90^\circ</math></p> <p><b>b)</b> Triunghiurile <math>PAN</math> și <math>NBQ</math> sunt dreptunghice isoscele, deci <math>AN = AP</math> și <math>NB = BQ</math> și, cum <math>ABCD</math> este pătrat, obținem <math>DP = BQ</math></p> <p>Cum <math>DP \parallel BQ</math>, obținem că <math>DPBQ</math> este paralelogram</p> <p><math>AC \cap DB = \{O\}</math>, deci punctul <math>O</math> este mijlocul lui <math>DB</math> și, cum <math>DPBQ</math> este paralelogram, rezultă că <math>O</math> este mijlocul segmentului <math>PQ</math>, deci punctele <math>P</math>, <math>O</math> și <math>Q</math> sunt coliniare</p> | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> |
| <b>5.</b> | <p><b>a)</b> <math>CM \perp AB</math>, <math>M \in AB \Rightarrow CM = AD = 2\text{ cm}</math></p> <p><math>\sphericalangle MBC = 30^\circ \Rightarrow BC = 2CM = 4\text{ cm}</math></p> <p><b>b)</b> <math>BC = AB</math>, de unde obținem <math>\sphericalangle CAB = 75^\circ</math></p> <p><math>\sphericalangle CAE = 120^\circ</math>, <math>BE = BG</math>, <math>\sphericalangle EBG = 150^\circ \Rightarrow \sphericalangle BEG = 15^\circ</math>, de unde obținem <math>\sphericalangle AEG = 60^\circ</math>, deci <math>\sphericalangle CAE + \sphericalangle AEG = 180^\circ \Rightarrow AC \parallel EG</math></p> <p><math>ABEF</math>, <math>CBGH</math> pătrate cu <math>AB = BC \Rightarrow AE = CG</math> și, cum <math>AC \parallel EG</math> și <math>AE \nparallel CG \Rightarrow AEGC</math> trapez isoscel</p>   | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> |
| <b>6.</b> | <p><b>a)</b> <math>V_{ABCD A'B'C'D'} = AB^3 =</math><br/><math>= 8^3 = 512\text{ cm}^3</math></p> <p><b>b)</b> <math>DC \perp MP</math>, <math>DC \perp OP</math>, <math>MP \cap OP = \{P\}</math> și <math>MP, OP \subset (MOP) \Rightarrow DC \perp (MOP)</math>, unde punctul <math>P</math> este mijlocul segmentului <math>DC</math></p> <p><math>ON \perp MP</math>, <math>N \in MP</math> și, cum <math>ON \perp DC</math>, <math>MP \cap DC = \{P\}</math>, <math>MP, DC \subset (CMD)</math>, obținem <math>ON \perp (CMD)</math>, deci <math>d(O, (CMD)) = ON</math></p> <p><math>A_{\Delta MOP} = \frac{ON \cdot MP}{2} = \frac{OP \cdot d(M, OP)}{2}</math> și, cum <math>OP = 4\text{ cm}</math>, <math>d(M, OP) = 8\text{ cm}</math> și <math>MP = 8\sqrt{2}\text{ cm}</math>, obținem <math>ON = 2\sqrt{2}\text{ cm}</math></p>   | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> |