

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:.....
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:.....
.....
**Școala de
proveniență:**
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)


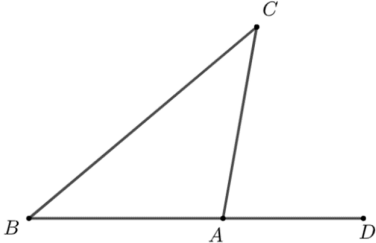
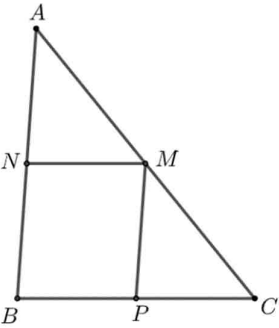
5p	1. Rezultatul calculului $8 + 14 : 2$ este egal cu: a) 22 b) 15 c) 11 d) 6
5p	2. Un album costă 200 de lei. După o reducere cu 20% , prețul albumului este egal cu: a) 20 de lei b) 40 de lei c) 160 de lei d) 180 de lei
5p	3. Se consideră intervalele de numere reale $I = (-\infty, 6]$ și $J = (4, +\infty)$. Intersecția intervalelor I și J este intervalul: a) $(-\infty, 4]$ b) $[4, 6)$ c) $(6, +\infty)$ d) $(4, 6]$
5p	4. Cel mai mare număr din mulțimea $A = \{5,(024); 5,(24); 5,2(4); 5,24\}$ este: a) $5,(024)$ b) $5,(24)$ c) $5,2(4)$ d) $5,24$

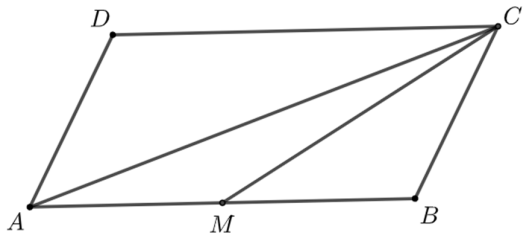
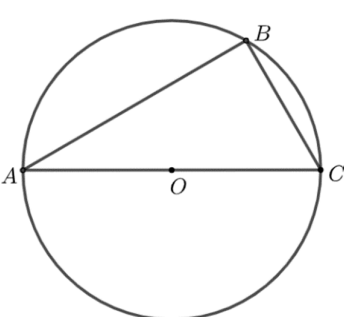
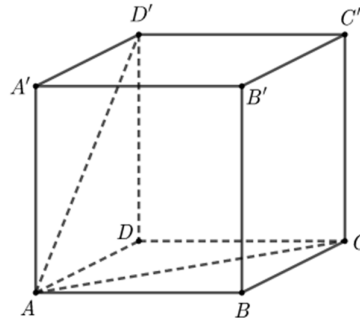
5p	<p>5. Patru elevi, Alin, Ioana, Dana și Vlad, calculează suma numerelor reale a și b pentru care $a + 3 + b - 4 = 0$. Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alin</th> <th>Ioana</th> <th>Dana</th> <th>Vlad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-7</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table> <p>Rezultatul corect a fost obținut de către:</p> <p>a) Alin b) Ioana c) Dana d) Vlad</p>	Alin	Ioana	Dana	Vlad	-7	-1	1	7
		Alin	Ioana	Dana	Vlad				
-7	-1	1	7						
5p	<p>6. Afirmția: „Numărul 1 este soluția ecuației $2x + 3 = 4x + 1$.” este:</p> <p>a) adevărată b) falsă</p>								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC = 4\text{ cm}$, $AD = 4 \cdot BC$ și $AB = CD$. Lungimea segmentului AB este egală cu:</p> <p>a) 4 cm b) 6 cm c) 8 cm d) 12 cm</p> 
5p	<p>2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC$ și măsura unghiului C egală cu 40°. Punctele B, A și D sunt coliniare, în această ordine. Măsura unghiului CAD este egală cu:</p> <p>a) 40° b) 60° c) 80° d) 100°</p> 
5p	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu măsura unghiului A egală cu 43° și măsura unghiului C egală cu 51°. Punctele M, N și P aparțin laturilor AC, AB respectiv BC, astfel încât dreapta MN este paralelă cu dreapta BC și dreapta MP este paralelă cu dreapta AB. Măsura unghiului NMP este egală cu:</p> <p>a) 43° b) 51° c) 86° d) 94°</p> 

<p>5p</p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și aria triunghiului ACM este egală cu 10 cm^2. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu:</p> <p>a) 10 cm^2 b) 20 cm^2 c) 30 cm^2 d) 40 cm^2</p> 
<p>5p</p>	<p>5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 6 cm. Punctele A, B și C aparțin cercului, AC este diametru și măsura unghiului BAC este egală cu 30°. Lungimea coardei BC este egală cu:</p> <p>a) 6 cm b) $6\sqrt{3}\text{ cm}$ c) 12 cm d) $8\sqrt{3}\text{ cm}$</p> 
<p>5p</p>	<p>6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AC și AD' are măsura egală cu:</p> <p>a) 45° b) 60° c) 90° d) 120°</p> 

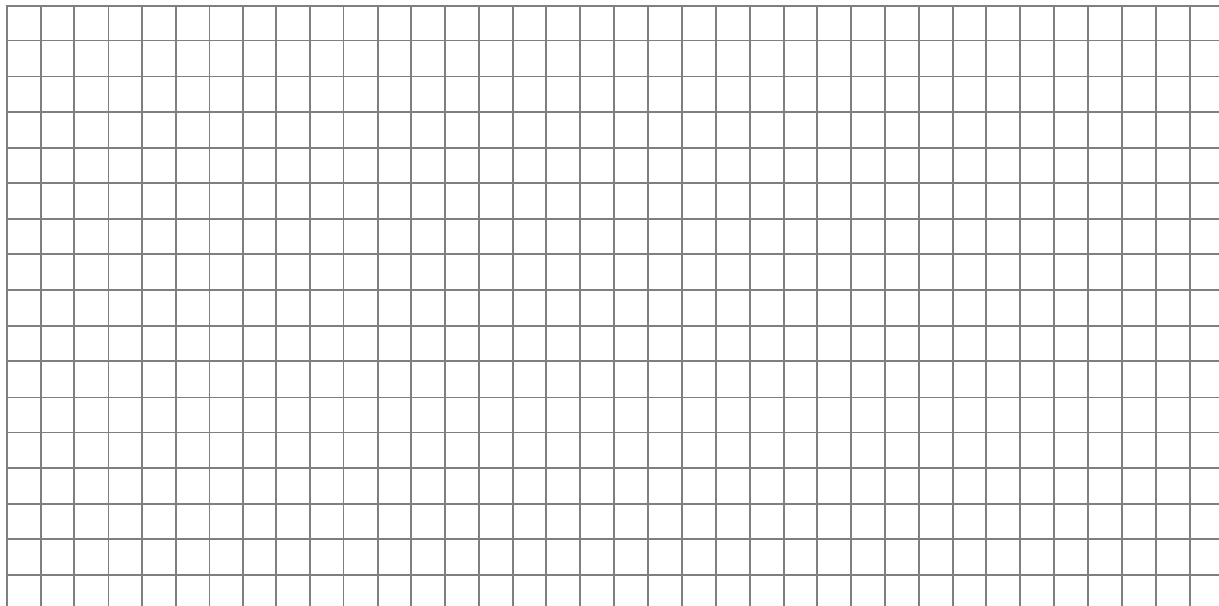
SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

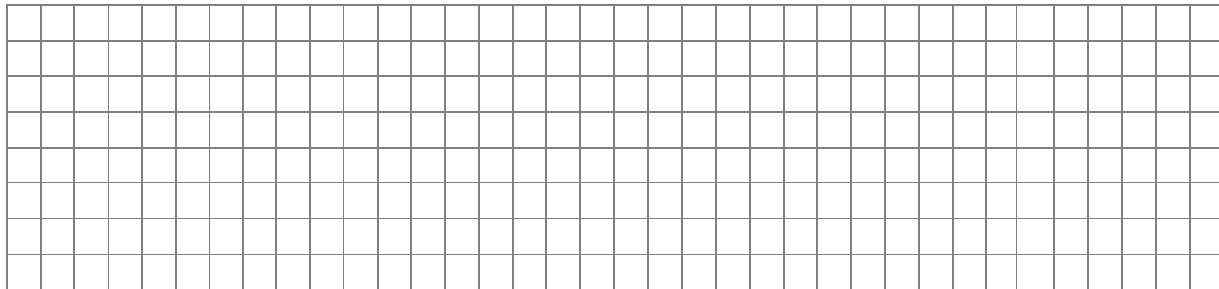
<p>5p</p>	<p>1. Dacă elevii unei clase se așază câte 2 în fiecare bancă din laboratorul de fizică, atunci rămân 3 elevi în picioare. Dacă elevii se așază câte 4 în bancă, atunci rămân 5 bănci libere și o bancă în care stă un singur elev.</p> <p>(2p) a) Verifică dacă în acea clasă pot fi 30 de elevi. Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 150px; margin-top: 10px;"></div>
------------------	--

(3p) b) Determină numărul băncilor din laboratorul de fizică.

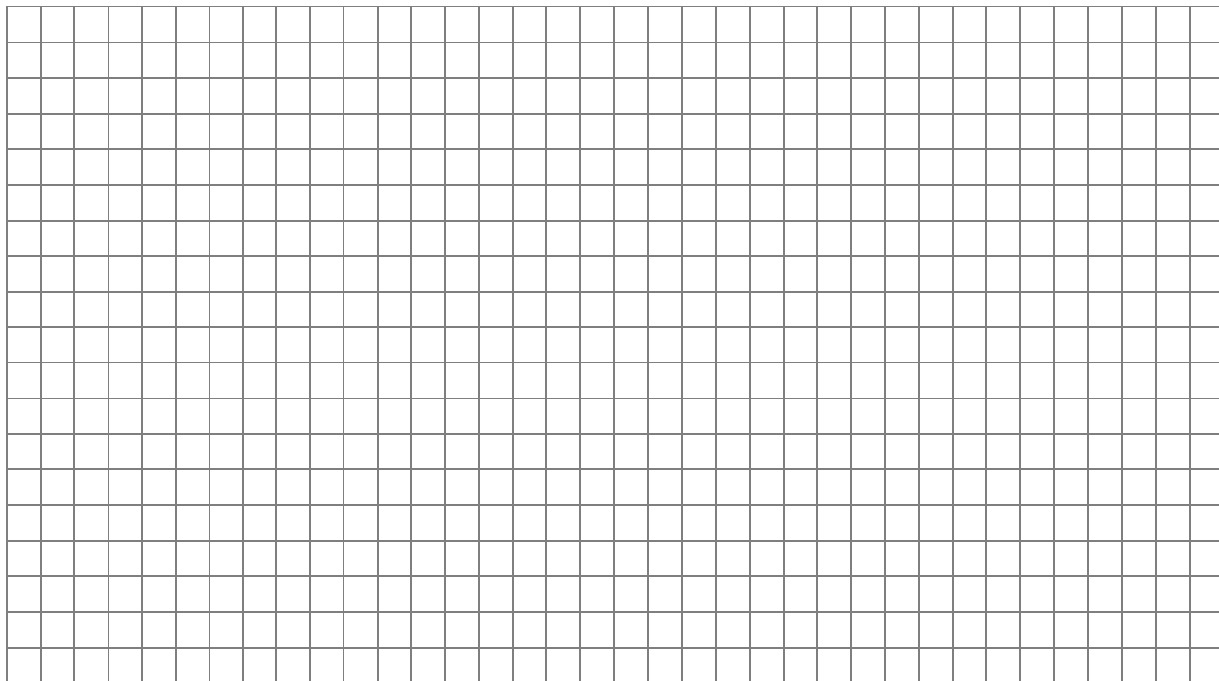


5p 2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x - 1} \right) \cdot (x^2 - 4)$, unde x este număr real, $x \neq 1$ și $x \neq 2$.

(2p) a) Arată că $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$, pentru orice număr real x .



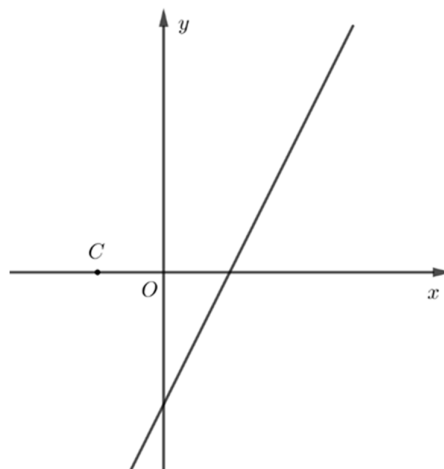
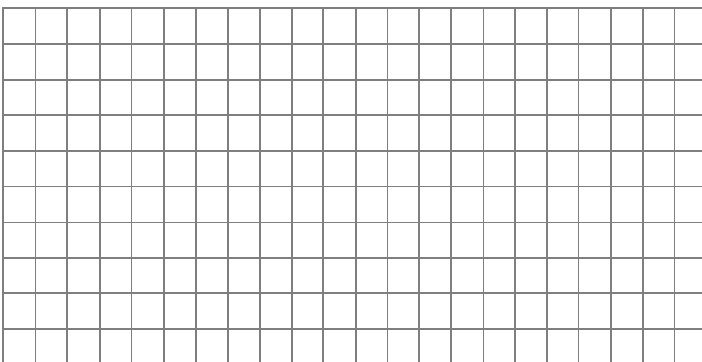
(3p) b) Determină numerele întregi n , $n \neq 1$ și $n \neq 2$, pentru care $N = \frac{5}{E(n)}$ este număr natural.



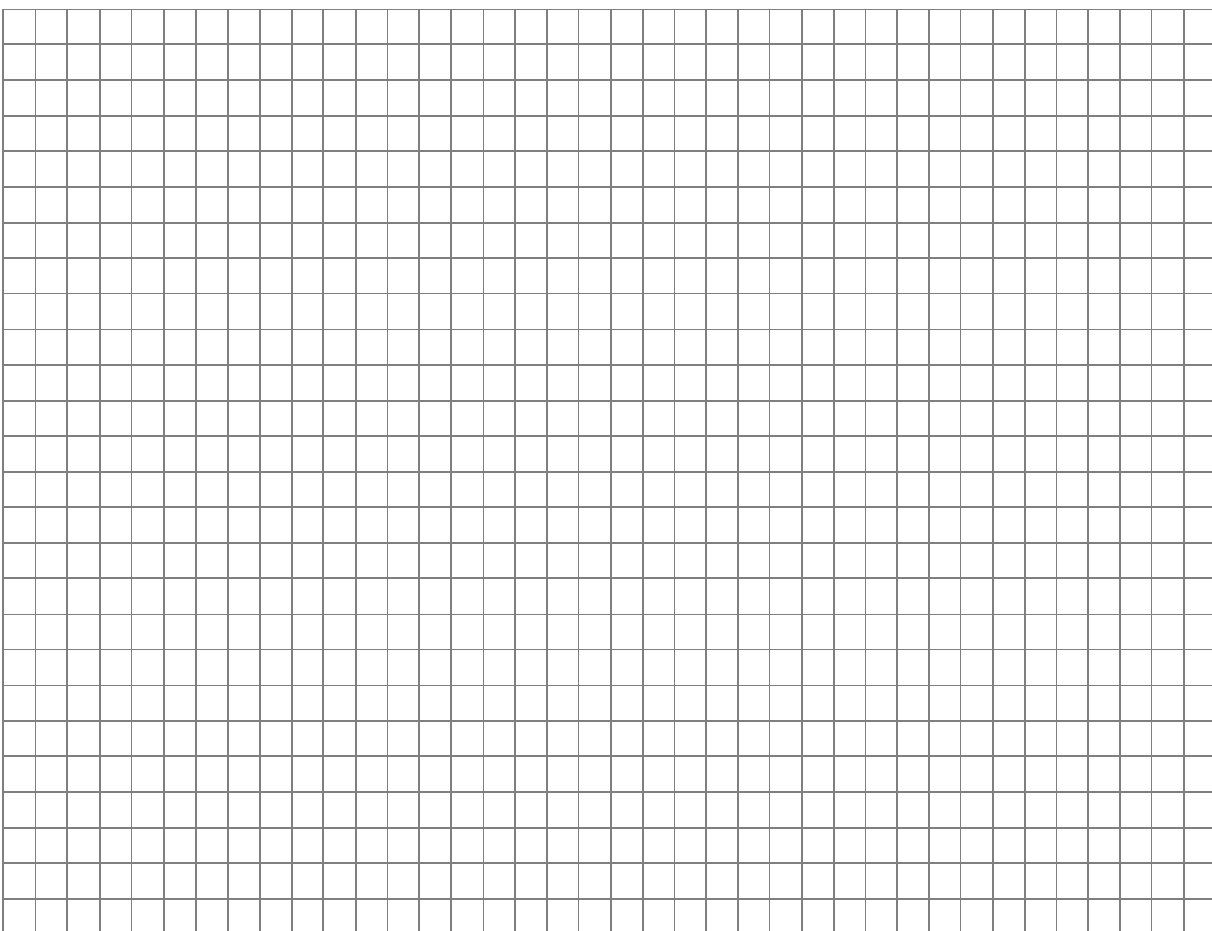
5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.

(2p) a) Arată că $f(0) + f(1) = 0$.

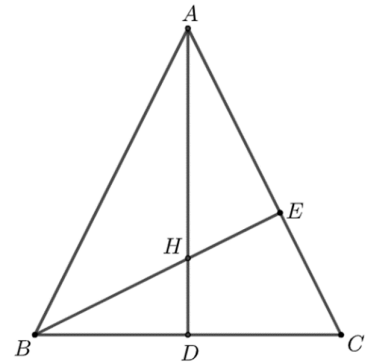
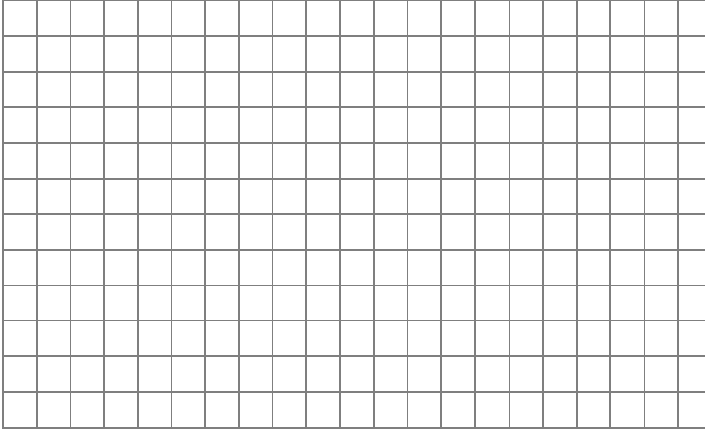


(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A , respectiv B . Determină distanța de la punctul $C\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ la dreapta AB .

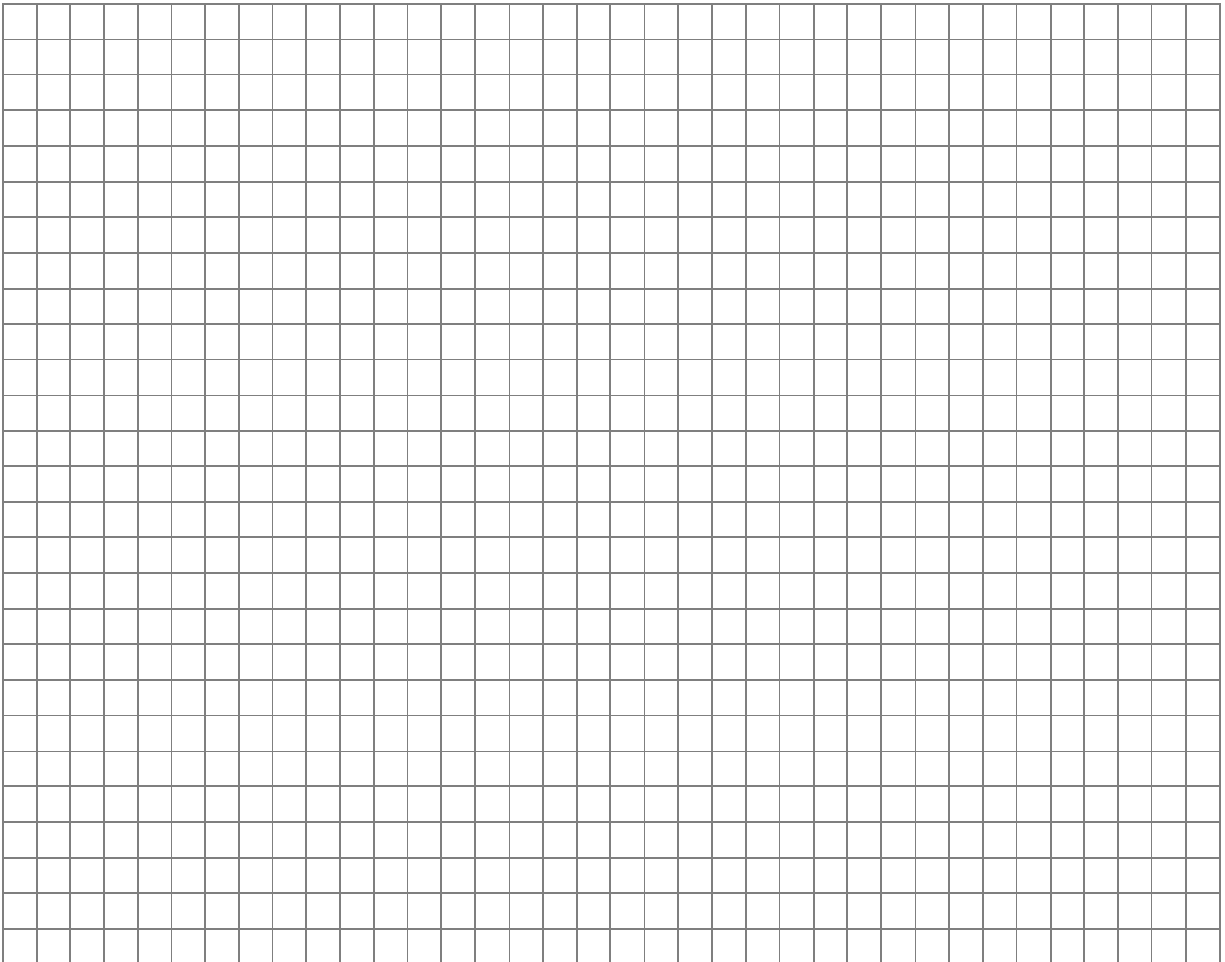


5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Înălțimea din vârful A intersectează latura BC în punctul D și $AD = BC$. Înălțimea din vârful B intersectează latura AC în punctul E . Înălțimile AD și BE se intersectează în punctul H .

(2p) a) Arată că unghiurile DAC și EBC au aceeași măsură.



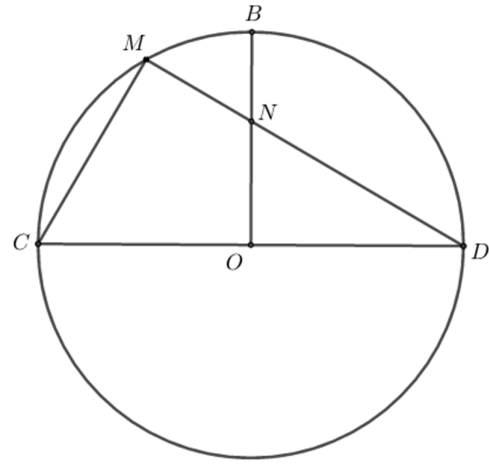
(3p) b) Demonstrează că $AH = 3 \cdot HD$.



5p

5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O , în care CD este diametru. Punctul B aparține cercului astfel încât dreptele BO și CD sunt perpendiculare. Punctul M aparține arcului mic BC , dreptele DM și BO se intersectează în punctul N , $DN = 2 \cdot MN$ și $MN = 4$ cm.

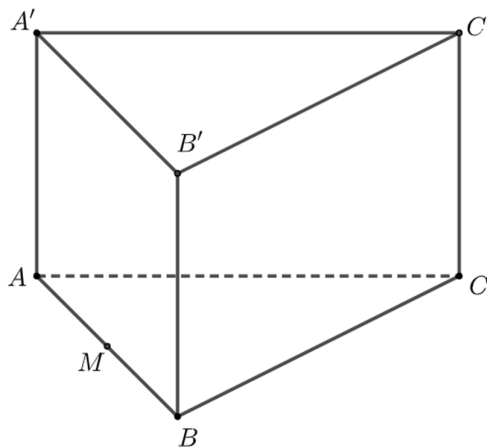
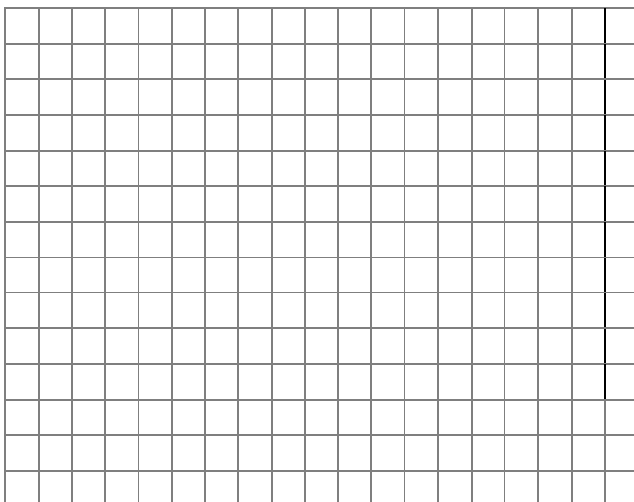
(2p) a) Arată că măsura unghiului CMD este egală cu 90° .



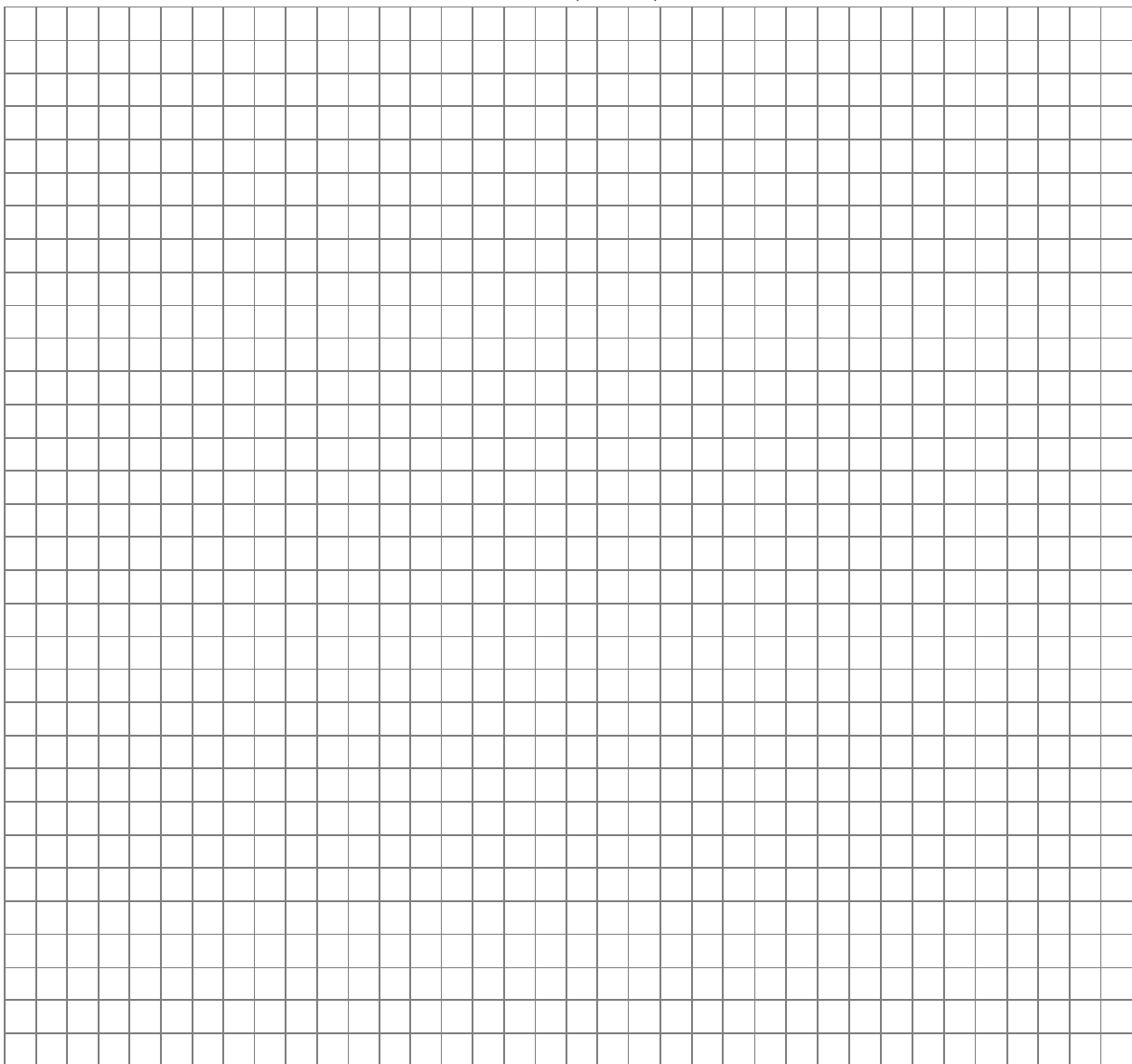
(3p) b) Calculează aria triunghiului DON .

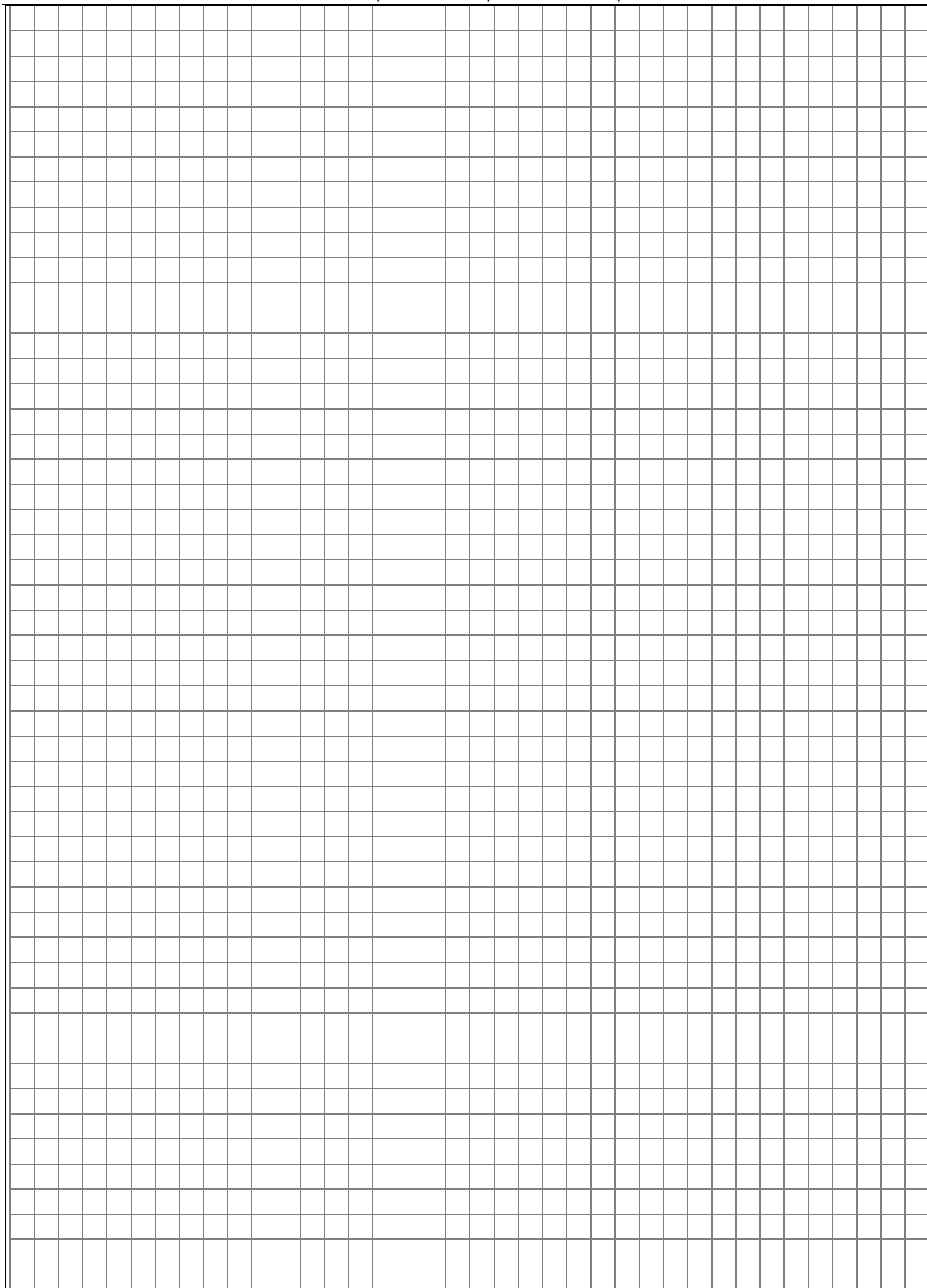
5p 6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC , $AB = 12$ cm și $AA' = 3\sqrt{3}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB .

(2p) a) Arată că aria laterală a prismei $ABCA'B'C'$ este egală cu $108\sqrt{3}$ cm².



(3p) b) Determină distanța de la punctul M la planul $(A'B'C)$.





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Varianta 7

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $30 - 3 = 27$ de elevi ar trebui așezați câte doi în fiecare bancă Cum 27 este număr impar, obținem că nu pot fi 30 de elevi	1p
	b) $a = 2b + 3$, unde a reprezintă numărul elevilor și b reprezintă numărul băncilor din laboratorul de fizică	1p
	$a = 4(b - 6) + 1$	1p
	$b = 13$	1p
2.	a) $x^2 - 3x + 2 = x^2 - 2x - x + 2 =$ $= x(x - 2) - (x - 2) = (x - 2)(x - 1)$, pentru orice număr real x	1p
	b) $E(x) = \left(\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{x-1} \right) \cdot (x^2 - 4) = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \cdot (x^2 - 4) =$ $= \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \cdot (x-2)(x+2) = x+2$, pentru orice număr real x , $x \neq 1$ și $x \neq 2$	1p
	$N = \frac{5}{n+2}$ este număr natural, deci $n+2 \in \{1, 5\}$, de unde obținem $n = -1$ și $n = 3$	1p

3.	<p>a) $f(0) = -1$ $f(1) = 1$, de unde obținem $f(0) + f(1) = 0$</p>	1p
	<p>b) $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ și $B(0, -1)$</p> <p>Triunghiul AOB este dreptunghic în O, deci $AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$</p>	1p
	<p>$CD \perp AB, D \in AB$ și, cum $AC = 1$, obținem $CD = \frac{AC \cdot OB}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$</p>	1p
4.	<p>a) $\sphericalangle DAC + \sphericalangle ACB = 90^\circ$ $\sphericalangle ACB + \sphericalangle EBC = 90^\circ$, de unde rezultă $\sphericalangle DAC = \sphericalangle EBC$</p>	1p
	<p>b) Triunghiul ABC este isoscel și $AD \perp BC$, deci $BD = DC = \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2}$</p> <p>$\sphericalangle HBD = \sphericalangle DAC$, $\sphericalangle BDH = \sphericalangle ADC = 90^\circ$, deci $\triangle BHD \sim \triangle ACD$, de unde obținem $\frac{HD}{DC} = \frac{BD}{AD}$</p>	1p
	<p>$\frac{HD}{AD} = \frac{AD}{2} \Rightarrow HD = \frac{AD}{4}$, de unde obținem $AH = \frac{3 \cdot AD}{4}$, deci $AH = 3 \cdot HD$</p>	1p
5.	<p>a) CD este diametru, deci $\widehat{CD} = 180^\circ$ $\sphericalangle CMD = \frac{1}{2} \cdot \widehat{CD} = 90^\circ$</p>	1p
	<p>b) $\cos(\sphericalangle NDO) = \frac{OD}{ND}$, $\cos(\sphericalangle MDC) = \frac{MD}{CD}$, deci $\frac{OD}{ND} = \frac{MD}{CD}$</p> <p>$ND = 8 \text{ cm}$, $MD = 12 \text{ cm} \Rightarrow \frac{OD}{8} = \frac{12}{2 \cdot OD} \Rightarrow OD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$</p> <p>$ON = \sqrt{DN^2 - OD^2} = 4 \text{ cm}$ și obținem $\mathcal{A}_{DON} = \frac{ON \cdot OD}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$</p>	1p
	<p>$ON = 4 \text{ cm}$, $OD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, deci $DN = 8 \text{ cm}$</p>	1p
6.	<p>a) $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{laterală} = 3 \cdot \mathcal{A}_{ABB'A'} = 3 \cdot 36\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2$</p>	1p
	<p>b) $A'C = B'C$, deci $CN \perp A'B'$, unde punctul N este mijlocul segmentului $A'B'$ și, cum $MN \perp A'B'$, $CN \cap MN = \{N\}$ și $CN, MN \subset (CMN)$, obținem $A'B' \perp (CMN)$</p> <p>$MP \perp CN, P \in CN$; $A'B' \perp (CMN)$, $MP \subset (CMN)$, deci $A'B' \perp MP$; cum $A'B' \cap CN = \{N\}$, $A'B'$ și $CN \subset (A'B'C)$, obținem $MP \perp (A'B'C)$, deci $d(M, (A'B'C)) = MP$</p> <p>Triunghiul MNC este dreptunghic în M, $MN = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, $CM = 6\sqrt{3} \text{ cm}$, deci $CN = 3\sqrt{15} \text{ cm}$,</p> <p>de unde obținem $MP = \frac{6\sqrt{15}}{5} \text{ cm}$</p>	1p
	<p>de unde obținem $MP = \frac{6\sqrt{15}}{5} \text{ cm}$</p>	1p