## PARTEA 2

### 3) Rezolvarea inecuațiilor în care apare modulul

- Să ne reamintim:

$|\boldsymbol{x}| \geq \mathbf{0}, \quad (\forall)\ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}$

$\boldsymbol{Dac}\text{ă}\ |\boldsymbol{x}| = \mathbf{0}, \qquad \boldsymbol{atunci}\ \boldsymbol{x} = \mathbf{0}$

- ***Inecuații de tipul | | < a***

$|x| < 3 =>$
$-3 < x < 3, \qquad x \in (-3\,,3)$

$|2x-1| \leq 5 =>$
$-5 \leq 2x-1 \leq 5 \ \ | +1$
$-4 \leq 2x \leq 6 \ | : 2$
$-2 \leq x \leq 3, \qquad x \in [-2\,,3]$

$|1-3x| \leq 4 =>$
$-4 \leq 1-3x \leq 4 \ \ | -1$
$-5 \leq -3x \leq 3 \ | : (-3), \qquad \boldsymbol{ATEN\text{Ț}IE\ LA\ \text{Î}MP\text{Ă}R\text{Ț}IREA\ CU\ NUMERE\ NEGATIVE}$
$\frac{5}{3} \geq x \geq -1, \qquad x \in [-1\,,\frac{5}{3}]$

OBS: la împărțirea cu numere negative semnul inecuației se schimbă !

- ***Inecuații de tipul | | > a***

$|x| \geq 3$

În acest caz inecuația se va rezolva asfel:

$x \geq 3, \qquad x \in [3,+\infty) \qquad respectiv$
$x \leq -3, \qquad x \in (-\infty,-3]$

Soluția inecuației va fi REUNIUNEA celor 2 intervale:

$\boldsymbol{x} \in (-\infty,-\mathbf{3}] \cup [\mathbf{3},+\infty)$

$|2x-3| > 1 =>$
$2x-3 > 1, \qquad 2x > 4 \ | : 2, \qquad x > 2, \qquad x \in (2,+\infty) \qquad respectiv$
$2x-3 < -1, \qquad 2x < 2 \ | : 2, \qquad x > 1, \qquad x \in (-\infty,1)$

Soluția inecuației va fi REUNIUNEA celor 2 intervale:

$\boldsymbol{x} \in (-\infty,\mathbf{1}) \cup (\mathbf{2},+\infty)$

$|3-2x| \geq 5 =>$
$3-2x \geq 5, \quad -2x \geq 2 \mid :(-2), \quad x \leq -1, \quad x \in (-\infty,-1] \quad respectiv$
$3-2x \leq -5, \quad -2x \leq -8 \mid :(-2), \quad x \geq 4, \quad x \in [4,+\infty)$

Soluția inecuației va fi REUNIUNEA celor 2 intervale:

$\boldsymbol{x} \in (-\infty, -\mathbf{1}] \cup [\mathbf{4}, +\infty)$

$\left|\frac{2x-1}{5}\right| > 3 =>$

$\frac{2x-1}{5} > 3 \quad | * 5, \quad 2x-1 > 15, \quad 2x > 16, \quad x > 8, \quad x \in (8,+\infty) \quad respectiv$
$\frac{2x-1}{5} < -3 \quad | * 5, \quad 2x-1 < -15, \quad 2x < -14, \quad x < -7, \quad x \in (-\infty,-7)$

Soluția inecuației va fi REUNIUNEA celor 2 intervale:

$\boldsymbol{x} \in (-\infty, -\mathbf{7}) \cup (\mathbf{8}, +\infty)$

- ***Cazuri particulare de inecuații***

$|x-3| < 0 => x \in \emptyset,$ un modul nu poate fi niciodata negativ

$|x-3| \leq 0,$ un modul nu poate fi mai mic decât 0 ci cel mult egal cu 0, deci inecuația se transforma în ecuația:

$|x-3| = 0, \;\; x-3 = 0, \;\; x = 3$

$|x-3| \geq 0 => x \in R$, un modul este întodeauna mai mare sau egal cu 0

$|x-3| > 0$, un modul este întodeauna mai mare sau egal cu 0 deci vom exclude cazul cand modulul se anulează deci:

$x-3 \neq 0, \;\; x \neq 3, \;\; soluția\ inecuației\ este\ \; x \in R \setminus \{3\}$

- ***Exerciții propuse:***

| | | |
|---|---|---|
| $\|2x-7\| < 3$ | $\|3x-2\| \geq 3$ | $\left\|\frac{3x+2}{5}\right\| > 0$ |
| $\left\|\frac{x-8}{2}\right\| \leq 6$ | $\left\|\frac{8-x}{2}\right\| \leq 6$ | $\left\|\frac{-2x+3}{3}\right\| \leq 0$ |
| $\left\|\frac{1-2x}{3}\right\| \geq 2$ | $\left\|\frac{3x+2}{3}\right\| \geq 2$ | $\left\|\frac{x-2}{2}\right\| \geq 0$ |