

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se calculeze $\log_6 24 - \log_6 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Să se calculeze $f(0) \cdot f(1) \cdot \dots \cdot f(2009)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-5} = 2$.
- 5p** 4. Să se determine numărul natural n , $n \geq 5$, știind că $\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 6$.
- 5p** 5. Să se determine numerele reale a , știind că lungimea segmentului determinat de punctele $A(-1, 2)$ și $B(4-a, 4+a)$ este egală cu 5.
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos^2 45^\circ + \sin^2 135^\circ$.

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} 2x - 5y + 4z = 0 \\ -3x + y + z = -1, \text{ cu } a \in \mathbb{Z}. \\ 2x - z = a \end{cases}$$
 Se notează cu A matricea sistemului.

5p a) Să se calculeze determinantul matricei A .

5p b) Pentru $a = 1$ să se rezolve sistemul.

5p c) Să se determine cea mai mică valoare a numărului natural a pentru care soluția sistemului este formată din trei numere naturale.

2. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y + 1$.

5p a) Să se calculeze $2008 \circ 2009$.

5p b) Să se rezolve în \mathbb{R} inecuația $x \circ x^2 \leq 3$.

5p c) Fie mulțimea $A = \left\{ n \in \mathbb{N}^* \mid n \geq 2 \text{ și } C_n^0 \circ C_n^1 \circ C_n^2 = n + 6 \right\}$. Să se determine numărul elementelor mulțimii A .

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x} - \ln x$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$, pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1;2)$.

5p c) Să se arate că $2\sqrt{x} \geq 2 + \ln x$, pentru orice $x > 0$.

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n + (1-x)^n$.

5p a) Să se determine mulțimea primitivelor funcției f_2 .

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x \cdot f_2(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p c) Să se arate că $\int_0^1 f_n(x) dx \geq \int_0^1 f_{n+1}(x) dx$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.