



Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(3 + 4i)^2 + (3 - 4i)^2 \in \mathbb{Z}$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 1$, unde m este un număr real. Determinați valoarea lui m , știind că valoarea minimă a funcției este -3 .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x - 1) + \lg(6x - 5) = 2$.
- 5p 4. Se consideră funcția injectivă $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6\}$. Calculați $f(1) + f(2) + f(3)$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3, 4)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta $d: 3x - 2y + 1 = 0$.
- 5p 6. Fie ΔABC , cu $AB = 3$, $\hat{A} = \frac{\pi}{4}$ și $\hat{B} = \frac{\pi}{3}$. Calculați perimetrul triunghiului ΔABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & a & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + ay + z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(4)) = -5$.
- 5p b) Determinați valorile parametrului a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p c) Pentru $a = 9$, arătați că expresia $\frac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ este constantă pentru orice soluție nenulă (x_0, y_0, z_0) a sistemului de ecuații.
2. Se consideră polinomul $f = x^3 - (m + 2)x^2 + (m^2 + 2)x - 1$, unde m este un număr real.
- 5p a) Pentru $m = -\frac{7}{2}$, arătați că $f(-1) + f(0) + f(1) = 0$.
- 5p b) Dacă x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f , calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2$.
- 5p c) Determinați valoarea parametrului m pentru care toate rădăcinile polinomului sunt numere reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in (-2, 2)$.
- 5p b) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$.



2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 x f^n(x) dx$.

5p a) Arătați că $I_2 = \frac{1}{12}$.

5p b) Calculați I_{99} .

5p c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow \infty} (I_{n+1} + I_n) = 0$.