

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**SIMULARE - EVALUAREA
NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII
CLASEI a VIII-a****Anul școlar 2023 – 2024
Matematică**

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Rezultatul calculului $-24 + 24 : 24$ este egal cu:</p> <p>a) 0 b) 23 c) -23 d) -24</p>																
5p	<p>2. Numărul care reprezintă 15% din 200 este egal cu:</p> <p>a) 3 b) 20 c) 30 d) 300</p>																
5p	<p>3. Cel mai mare număr întreg din intervalul $[-6; 9)$ este:</p> <p>a) 9 b) -6 c) 8 d) -5</p>																
5p	<p>4. Dintre numerele $\sqrt{12}$; $3\sqrt{3}$; 6 și $4\sqrt{2}$ mai mare este numărul:</p> <p>a) $\sqrt{12}$ b) $3\sqrt{3}$ c) 6 d) $4\sqrt{2}$</p>																
5p	<p>5. Tabelul de mai jos prezintă temperaturile medii înregistrate pe parcursul unei săptămâni:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Ziua</th> <th>luni</th> <th>marți</th> <th>miercuri</th> <th>joi</th> <th>vineri</th> <th>sâmbătă</th> <th>duminică</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Temperatura în grade Celsius</td> <td>-2°</td> <td>-3°</td> <td>1°</td> <td>-1°</td> <td>-1°</td> <td>2°</td> <td>-3°</td> </tr> </tbody> </table> <p>Temperatura medie în această săptămână este:</p> <p>a) -1° b) 1° c) -3° d) -7°</p>	Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică	Temperatura în grade Celsius	-2°	-3°	1°	-1°	-1°	2°	-3°
Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică										
Temperatura în grade Celsius	-2°	-3°	1°	-1°	-1°	2°	-3°										

- 5p 6. Doi frați au împreună 15 ani. Peste șapte ani cei doi frați vor avea împreună 22 de ani. Afirmatia este:
- adevărată
 - falsă

SUBIECTUL al II-lea



Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

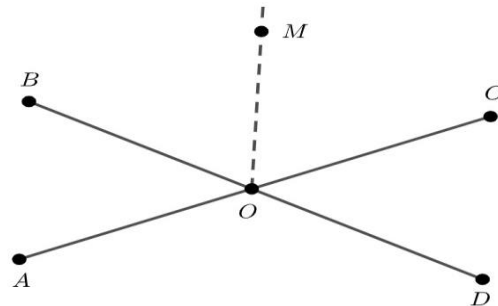
- 5p 1. În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare A, B, C, D, E , astfel încât $AB = 1$ cm, $BC = 2$ cm, $CD = 3$ cm și $DE = 4$ cm. Dacă punctul M este mijlocul lui AE , atunci lungimea lui AM egală cu:

- 4 cm
- 5 cm
- 8 cm
- 10 cm



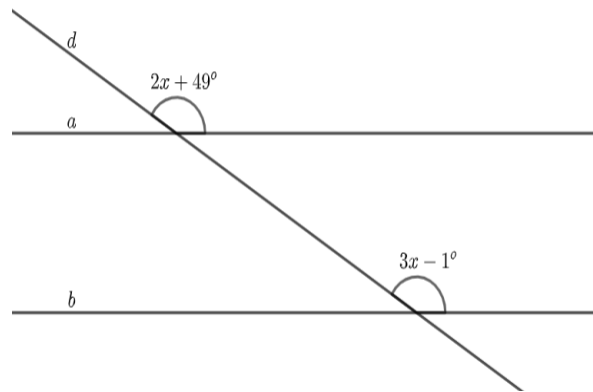
- 5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOB și COD . Dacă măsura $\sphericalangle COD = 48^\circ$ și OM este bisectoarea $\sphericalangle BOC$ atunci măsura $\sphericalangle BOM$ este egală cu:

- 66°
- 48°
- 24°
- 132°



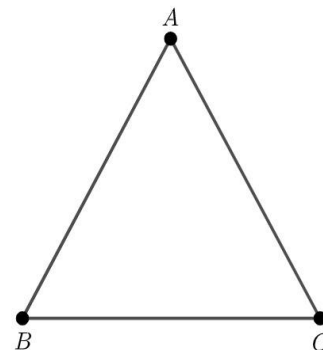
- 5p 3. În figura alăturată dreptele paralele a și b sunt intersectate de secanta d , în care avem evidențiate două unghiuri. Atunci valoarea lui x este egală cu:

- 48°
- 55°
- 10°
- 50°



- 5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC de arie $18\sqrt{3}$ cm². Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:

- $6\sqrt{3}$ cm
- $6\sqrt{2}$ cm
- $18\sqrt{3}$ cm
- $18\sqrt{2}$ cm



5p 2. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x^2}{x+3} - \frac{x^3}{x^2+6x+9}\right) : \left(\frac{x}{x+3} - \frac{x^2}{x^2-9}\right) \cdot \frac{1}{x \cdot (3-x)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0, 3\}$.

(2p) a) Arătați că $\frac{x}{x+3} - \frac{x^2}{x^2-9} = \frac{-3x}{(x-3)(x+3)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$.

(3p) b) Arătați că $E(x) = \frac{1}{x+3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0, 3\}$.

5p 3. Fie numerele reale $x = \left(\frac{8}{\sqrt{18}} + \frac{6}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13}$ și $y = \left(\frac{5}{\sqrt{147}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) : \frac{\sqrt{3}}{14}$

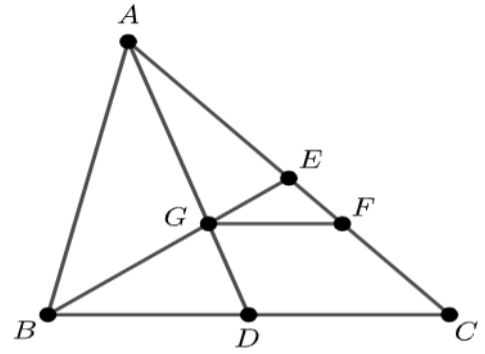
(2p) a) Arătați că $x = \frac{2}{3}$.

(3p) b) Arătați că numărul $A = |y - x|$ este natural.

5p

4. În figura alăturată AD și BE sunt mediane în triunghiul ABC , cu $D \in BC$ și $E \in AC$, $GF \parallel BC$, unde $\{G\} = AD \cap BE$ și $F \in AC$, iar $BC = 18$ cm și $AD = 12$ cm.

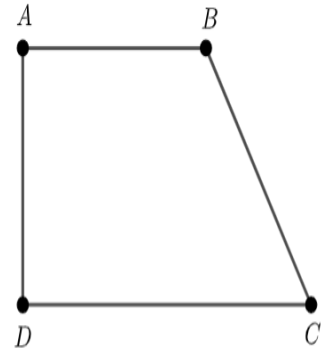
(2p) a) Arătați că $GF = 6$ cm.



(3p) b) Determinați raportul ariilor triunghiurilor EGF și ABC .

5p

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$ și $CD > AB$. Se știe că $AB = 4\sqrt{3}$ cm, $AD = 6$ cm și $\sphericalangle BCD = 60^\circ$.

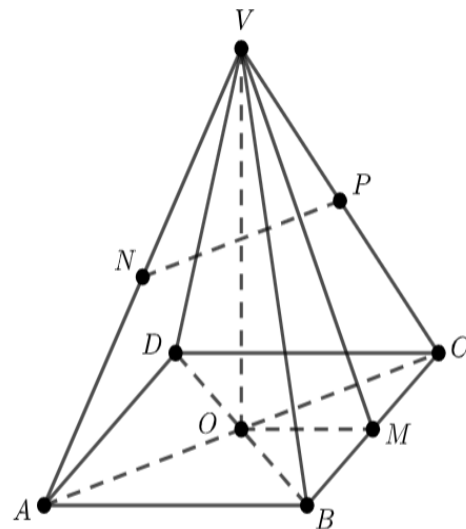


(2p) a) Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu $(6 + 14\sqrt{3})$ cm.

(3p) b) Calculați sinusul unghiului DBC .

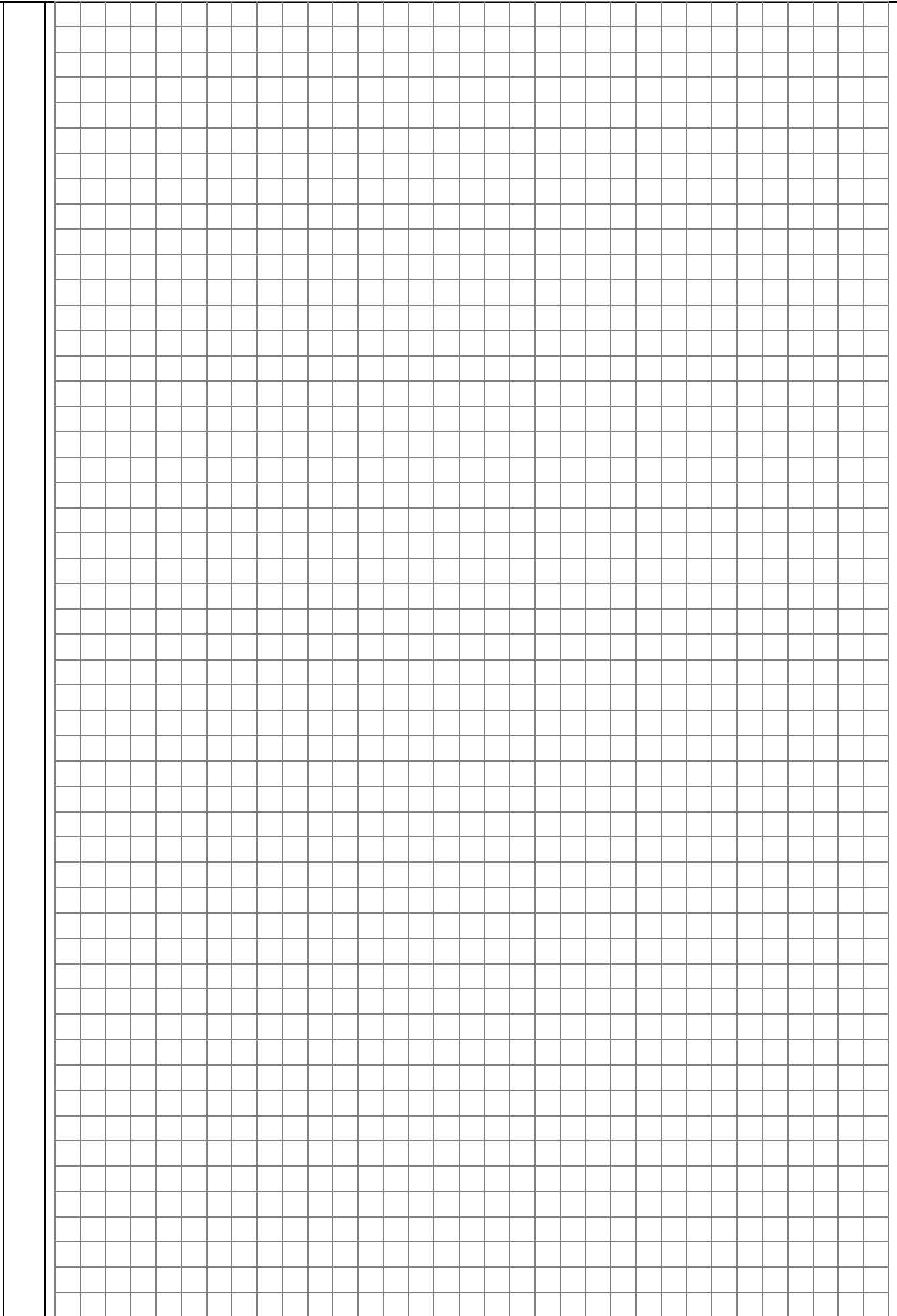
5p

6. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată cu $AB = 10$ cm și măsura unghiului format de muchia laterală cu planul (ABC) este egală cu 45° . Punctul M este proiecția punctului V pe muchia BC , punctele N și P sunt mijloacele muchiilor VA și VC , iar $\{O\} = AC \cap BD$.



- (2p) a) Arătați că $NP \parallel (ACD)$.

- (3p) b) Determină tangenta unghiului dintre planele (VOM) și (VAB) .



SIMULARE - EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023-2024

Probă scrisă - Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	a)	5p
3.	d)	5p
4.	d)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.	a) Dacă ar fi 27 de elevi, atunci $27 : 2 = 13$ rest 1, deci $b - 3 = 13 \Rightarrow b = 16$	1p
	$3 \cdot (16 - 6) = 30 \neq 27$, imposibil. În clasă, nu pot fi 27 de elevi	1p
	b) Notăm $e =$ numărul de elevi și $b =$ numărul de bănci Atunci $2(b - 3) + 1 = e$ și $3(b - 6) = e$, deci $2(b - 3) + 1 = 3(b - 6) \Rightarrow b = 13$. Astfel, obținem că $e = 21$	1p 1p 1p
2.	a) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$	1p
	$\frac{x}{x+3} - \frac{x^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x(x-3)-x^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{-3x}{(x-3)(x+3)}$	1p
	b) $E(x) = \left(\frac{x^2}{x+3} - \frac{x^3}{(x+3)^2}\right) : \left(\frac{x}{x+3} - \frac{x^2}{(x-3)(x+3)}\right) \cdot \frac{1}{x \cdot (3-x)}$ $E(x) = \frac{x^3+3x^2-x^3}{(x+3)^2} : \frac{x^2-3x-x^2}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{1}{x(3-x)} = \frac{3x^2}{(x+3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{-3x} \cdot \frac{1}{x(3-x)}$	1p 1p

	$E(x) = \frac{1}{x+3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0, 3\}$	1p
3.	a) $x = \left(\frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{26}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13}$ $x = \frac{2}{3}$	1p 1p
	b) $y = \left(\frac{5}{7\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) : \frac{\sqrt{3}}{14} = \frac{-2}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = -\frac{4}{3}$ $A = y - x = \left -\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right = \left -\frac{6}{3}\right = -2 $ $A = 2 \in \mathbb{N}$	1p 1p 1p
4.	a) Cum AD și BE mediane în ΔABC și $AD \cap BE = \{G\}$, rezultă G centru de greutate în ΔABC și avem $\frac{EG}{BE} = \frac{1}{3}$ $GF \parallel BC \stackrel{TFA}{\Rightarrow} \Delta EGF \sim \Delta EBC \Rightarrow \frac{EG}{EB} = \frac{GF}{BC} = \frac{EF}{EC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{GF}{18} = \frac{1}{3}$, deci $GF = 6$ cm	1p 1p
	b) $\Delta EGF \sim \Delta EBC \Rightarrow \frac{A_{EGF}}{A_{EBC}} = \left(\frac{EG}{EB}\right)^2 = \frac{1}{9}$ Cum BE mediană în ΔABC , atunci $A_{EBC} = \frac{A_{ABC}}{2}$, deci $\frac{A_{EGF}}{A_{ABC}} = \frac{A_{EBC}}{9} \cdot \frac{1}{2A_{EBC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$	1p 1p 1p
5.	a) $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$ Fie $BE \perp DC$, cu $E \in DC$, deci $DEBA$ este dreptunghi $\Rightarrow BE = 6$ cm În ΔBEC dreptunghic în E avem $\sphericalangle C = 60^\circ$, deci $\sin(\sphericalangle ECB) = \frac{BE}{BC} \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$ cm. Atunci $DC = 6\sqrt{3}$ cm și $P_{ABCD} = 14\sqrt{3} + 6$ cm	1p 1p
	b) $A_{DBC} = \frac{BE \cdot DC}{2} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ cm ² $A_{DBC} = \frac{DB \cdot BC \cdot \sin(\sphericalangle DBC)}{2} = \frac{2\sqrt{21} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sin(\sphericalangle DBC)}{2} = 12\sqrt{7} \cdot \sin(\sphericalangle DBC)$ cm ² Atunci $12\sqrt{7} \cdot \sin(\sphericalangle DBC) = 18\sqrt{3} \Rightarrow \sin(\sphericalangle DBC) = \frac{3\sqrt{21}}{14}$	1p 1p 1p
6.	a) Din N mijlocul lui VA și P mijlocul lui VC , rezultă NP linie mijlocie în ΔVAC $NP \parallel AC$ și $AC \subset (ACD) \Rightarrow NP \parallel (ACD)$	1p 1p
	b) Fie d o dreaptă cu $V \in d$, $d \parallel AB$ și cum $OM \parallel AB \Rightarrow d \parallel OM$ Atunci $(VOM) \cap (VAB) = d$ și cum $VO \perp OM$, $OM \parallel d \Rightarrow VO \perp d$; $VO \subset (VOM)$ Fie Q mijlocul lui AB , deci $VQ \perp AB$, $VQ \perp d$; $VQ \subset (VAB)$ Atunci $\sphericalangle((VOM), (VAB)) = \sphericalangle(VO, VQ) = \sphericalangle OVQ$ Dar $OQ = \frac{BC}{2} = 5$ cm, căci OQ linie mijlocie în ΔABC Din $\sphericalangle(VB, (ABC)) = 45^\circ \Rightarrow \sphericalangle VBO = 45^\circ \Rightarrow \Delta OVB$ dreptunghic isoscel și avem $VO = 5\sqrt{2}$ cm În ΔVOQ dreptunghic în O avem $\text{tg}(\sphericalangle OVQ) = \frac{OQ}{VO} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1p 1p 1p