OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA
BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ
CLASA a V-a 20.04.2024

Problema 1.(7 puncte)

a) Aflați restul împărțirii numărului $a = 84^{17} + 42^7 + 14^3$ la 168.

b) Pentru numărul $b = 10 \cdot 20 \cdot 30 \cdot ... \cdot 100$ precizați numărul de zerouri cu care se termină și ultima cifră nenulă.

Soluție:

a) $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7, 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7, 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7, 14 = 2 \cdot 7$ ....(2p)

$a = 168 \cdot (2^{31} \cdot 3^{16} \cdot 7^{16} + 2^4 \cdot 3^6 \cdot 7^6) + 2744 = 168 \cdot c + 168 \cdot 16 + 56, r = 56$........(2p)

b) $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10^{11}$..(1p)

$b = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10^{12}$, avem 12 zerouri...(1p)

Ultima cifră nenulă este 8..(1p)

Problema 2.(7 puncte)

Sandală, Adidas și Pantof au participat la un concurs de matematică la care s-au dat 10 probleme. Pentru fiecare problemă corect rezolvată se acordă 10 puncte și pentru fiecare problemă nerezolvată sau rezolvată greșit se scad 5 puncte. Cei trei au obținut în total 240 de puncte, iar Sandală a rezolvat corect cu 3 probleme mai mult decât Adidas. Faceți un clasament și precizați numărul de puncte obținut de fiecare din cei trei.

Soluție:

Notăm cu a numărul problemelor rezolvate corect de Adidas, atunci $a + 3$ reprezintă numărul problemelor rezolvate corect de Sandală, și b numărul problemelor rezolvate corect de Pantof.
Atunci:

numărul total de probleme corect rezolvate este $2a + 3 + b$ ....(1p)

numărul total de probleme nerezolvate sau rezolvate greșit este $27 - 2a - b$...................(1p)

$10 \cdot (2a + 3 + b) = 5(27 - 2a - b) + 240$

$2 \cdot (2a + 3 + b) = 27 - 2a - b + 48, \quad 2a + b = 23$ ....(2p)

Având în vedere că $a \leq 7$ și pentru $a \leq 6$ relația este imposibilă, deducem că $a = 7$.......(1p)

Sandală are 10 corecte, Adidas are 7 corecte, iar Pantof are 9 corecte. ....(1p)

Locul I Sandală cu 100 puncte,

Locul II Pantof cu 85 puncte,

Locul III Adidas cu 55 puncte...(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ

CLASA a V-a 20.04.2024

Problema 3.(7 puncte)

a) Aflați numărul de fracții supraunitare de forma $\frac{x}{y}$, dacă x și y sunt numere naturale nenule mai mici decât 2028.

b) Câte din fracțiile determinate la punctul a) sunt echivalente cu $\frac{89}{11}$?

Soluție:

a) $\frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \ldots, \frac{2027}{1}$ sunt 2026 fracții

$\frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \ldots, \frac{2027}{2}$ sunt 2025 fracții

....

$\frac{2027}{2026}$ 1 fracție ....(4p)

Total : $1 + 2 + 3 + \cdots + 2026 = 2053351$..(1p)

b) $2027 = 89 \cdot 22 + 69$

$\frac{89}{11}$ amplificată cu 1, 2, 3, ..., 22, vom avea 22 fracții echivalente. ....(2p)

Problema 4.(7 puncte)

Riți, Piți și cu Miți și-au cumpărat o piscină cu două robinete. Riți poate umple singură piscina în 12 ore, de la robinetul 1, iar Piți ar putea să umple singură piscina în 8 ore, de la robinetul 2. Miți a făcut o gură de scurgere pe unde se poate goli piscina în 6 ore. Aflați în câte minute se va umple piscina dacă sunt deschise cele două robinete și gura de scurgere.

Soluție:

Riți.......................1h..................$\frac{1}{12} \cdot p$ ....(1p)

Piți.......................1h..................$\frac{1}{8} \cdot p$ ....(1p)

Atunci Riți+Piți.......................1h..................$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right) \cdot p = \frac{5}{24} \cdot p$...(2p)

Miți.......................1h..................$\frac{1}{6} \cdot p$ ....(1p)

Riți + Piți - Miți.......................1h..................$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8} - \frac{1}{6}\right) \cdot p = \frac{1}{24} \cdot p$...(1p)

Atunci piscina va fi umplută în 24 h =1440 minute..(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ

CLASA a VI-a 20.04.2024

Problema 1.(7 puncte)

Dacă a, b, c sunt numere raționale pozitive, diferite de zero și $\frac{2024}{a+3}+\frac{2024}{b+4}+\frac{2024}{c+5}=2025$, să se calculeze $\frac{a+2}{a+3}+\frac{b+3}{b+4}+\frac{c+4}{c+5}$.

Soluție:

$\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+4}+\frac{1}{c+5}=\frac{2025}{2024}$ ....(3p)

$\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+4}+\frac{1}{c+5}+\frac{a+2}{a+3}+\frac{b+3}{b+4}+\frac{c+4}{c+5}=3$ ....(2p)

Atunci $\frac{a+2}{a+3}+\frac{b+3}{b+4}+\frac{c+4}{c+5}=3-\frac{2025}{2024}=\frac{4047}{2024}$ ....(2p)

Problema 2.(7 puncte)

a) Calculați: $-3^4-(-2-5)^{12}:(-49)^5+(-1)^{12}\cdot[(-16)^2:1^3:(-2^4)-4]:(-2)^2$.

b) Riți, Piți și cu Miți și-au cumpărat o piscină și fiecare dintre ele are câte un robinet cu furtun. Riți poate umple singură piscina în 12 ore, Piți ar putea să umple singură piscina în 8 ore, Miți poate umple într-o oră o treime din piscină. Piscina are o gură de scurgere prin care se poate goli în 8 ore. Aflați în câte minute se va umple piscina dacă sunt deschise toate cele trei robinete, dar și gura de scurgere.

Soluție:

a) $-3^4-(-2-5)^{12}:(-49)^5+(-1)^{12}\cdot[(-16)^2:1^3:(-2^4)-4]:(-2)^2=$
$=-81+49-5=-37$ ....(2p)

b) *Riți*......................$1h$..................$\frac{1}{12}\cdot p$ ....(1p)

Piți......................$1h$..................$\frac{1}{8}\cdot p$ ....(1p)

Miți......................$1h$..................$\frac{1}{3}\cdot p$ ....(1p)

Gaura......................$1h$..................$\frac{1}{8}\cdot p$ ....(1p)

Atunci $Riți+Piți+Miți-Gura$..........................1h.................. $\frac{10}{24}\cdot p$

Piscina se va umple în $\frac{24}{10}\,h=144$ minute..(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA
BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ
CLASA a VI-a 20.04.2024

Problema 3.(7 puncte)

a) Comparați cu 1000 numărul: $\frac{201}{1\cdot2}+\frac{601}{2\cdot3}+\frac{1201}{3\cdot4}+\cdots+\frac{9001}{9\cdot10}$.

b) Scrieți numărul 1 ca suma a 2024 de numere raționale subunitare, distincte două câte două.

Soluție:

a) $\frac{200}{1\cdot2}+\frac{600}{2\cdot3}+\frac{1200}{3\cdot4}+\cdots+\frac{9000}{9\cdot10}+\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{9\cdot10}=$ ....(2p)

$900+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=$ ....(1p)

$900+\frac{1}{1}-\frac{1}{10}=900+\frac{9}{10}<1000$ ....(1p)

b) $1=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{2023\cdot2024}+\frac{1}{2024}$..(2p)

$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{2023\cdot2024}+\frac{1}{2024}=$

$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2023}-\frac{1}{2024}+\frac{1}{2024}=1$ ....(1p)

Problema 4.(7 puncte)

a) Demonstrați că într-un triunghi dreptunghic, lungimea catetei opuse unghiului de 30° este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei.

b) Se dă triunghiul ABC, cu $AB=7\ cm, BC=11\ cm$, $\sphericalangle ABC=120°$. Pe bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABC$ se ia un punct T, astfel încât $BT=18\ cm$. Aflați măsura unghiului $\sphericalangle ACT$.

Soluție:

a) Fie $\sphericalangle B=30°$ și D simetricul lui C față de A, atunci $CA=AD$. Cum AB este latură comună demonstrăm că $\Delta BAC\equiv\Delta BAD$, deci BC≡BD..(1p)

Atunci ΔBCD este isoscel cu BA înălțime, mediană deci și bisectoare....................(1p)

ΔBCD este isoscel cu un unghi de 60°, deci echilateral, cu $AC=\frac{CD}{2}=\frac{BC}{2}$ ....(1p)

b) Fie $TP\perp BC, P\in BC$ și $TS\perp AB, S\in AB\Rightarrow TS=TP(BT\ bisectoare)$ ....(1p)

ΔBTP dreptunghic cu $\sphericalangle BTP=30°$, din pct. a $\Rightarrow BP=\frac{BT}{2}=9\ cm, PC=2\ cm$ ....(1p)

ΔBTS dreptunghic cu $\sphericalangle BTS=30°$, din pct. a $\Rightarrow BS=\frac{BT}{2}=9\ cm,\ SA=2\ cm$ ....(1p)

$\Delta TSA\equiv\Delta TPC\ (C.C)\Rightarrow TA\equiv TC, \sphericalangle STA\equiv\sphericalangle PTC=x$, fie $\sphericalangle BTA=y$

Atunci $\sphericalangle ATC=y+x+30°=60°, \Delta ATC$ is. $\Rightarrow\Delta ATC$ echil. $\Rightarrow\sphericalangle TCA=60°$ ....(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ

CLASA a VII-a 20.04.2024

Problema 1. (7 puncte)

a) Arătați că numărul $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{289}-\sqrt{288}}{\sqrt{288\cdot 289}}$ este mai mic decât 1.

b) Se consideră numărul $b = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{10}+\sqrt{14}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$. Determinați cel mai mic număr natural, mai mare decât numărul b.

Soluție:

a) $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{289}}{\sqrt{288\cdot 289}} - \frac{\sqrt{288}}{\sqrt{288\cdot 289}} =$ ....**(1p)**

$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \cdots + \frac{1}{\sqrt{288}} - \frac{1}{\sqrt{289}} = 1 - \frac{1}{17} < 1$ ....**(3p)**

b) $b = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \sqrt{2}+1$ ....**(2p)**

Numărul căutat este 3 ....**(1p)**

Problema 2. (7 puncte)

a) Rezolvați ecuația: $|2x-3| + |3y+6| = 1, x, y \in \mathbb{Z}$.

b) Determinați numerele întregi x și y care verifică relația:

$$\sqrt{3(x-y)^2} + 3 = \sqrt{2}|y+1| - \sqrt{3}y + \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}.$$

Soluție:

a) $|2x-3| = 0$ și $|3y+6| = 1$. Se obține $x = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$ ....**(1p)**

$|2x-3| = 1$ și $|3y+6| = 0$. Se obține $x \in \{1,2\}$ și $y = -2$ ....**(1p)**

b) Relația este echivalentă cu: $\sqrt{3}|x-y| + 3 = \sqrt{2}|y+1| - \sqrt{3}y + (3-2\sqrt{2})$ ....**(1p)**

$\sqrt{3}(|x-y|+y) = \sqrt{2}(|y+1|-2)$. Rezultă că $|x-y|+y = 0$ și $|y+1|-2 = 0$.....**(1p)**

Din $|y+1|-2 = 0$ se obține $y = -3$ sau $y = 1$ ....**(1p)**

Pentru $y = -3$, avem $|x+3| - 3 = 0$, de unde rezultă că $x = -6$ sau $x = 0$ ....**(1p)**

Pentru $y = 1$, avem $|x-1| + 1 = 0, \Rightarrow |x-1| = -1$, care nu are soluție ....**(1p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ

CLASA a VII-a 20.04.2024

Problema 3. (7 puncte)

În triunghiul ABC, AD este bisectoarea unghiului BAC, $D \in BC$. Paralela prin D la AC intersectează latura AB în punctul M, iar paralela prin D la latura AB intersectează latura AC în punctul N.

a) Demonstrați că $\frac{BM}{AM} \cdot \frac{CN}{AN} = 1$. ***b)*** Demonstrați că $\frac{BM}{CN} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

Soluție: Desen corect..**(1p)**

a) $DM \parallel AC \xRightarrow{T.Th} \frac{BM}{AM} = \frac{BD}{DC}$; $DN \parallel AB \xRightarrow{T.Th} \frac{CN}{AN} = \frac{CD}{BD}$. ....**(1p)**

Înmulțind cele două relații obținem: $\frac{BM}{AM} \cdot \frac{CN}{AN} = \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CD}{BD} = 1$ ....**(1p)**

b) $DM \parallel AC \xRightarrow{T.F.A.} \Delta BMD \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{BD}{BC}$; $DN \parallel AB \xRightarrow{T.F.A.} \Delta CAB \sim \Delta CND \Rightarrow \frac{AC}{CN} = \frac{BC}{CD}$ ....**(1p)**

Înmulțind cele două relații obținem: $\frac{BM}{AB} \cdot \frac{AC}{CN} = \frac{BD}{BC} \cdot \frac{BC}{CD} = \frac{BD}{CD}$ (*)......................................**(1p)**

Dar AD este bisectoarea unghiului $BAC \xRightarrow{T.bis.} \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ ....**(1p)**

Înlocuind în relația (*) se obține $\frac{BM}{AB} \cdot \frac{AC}{CN} = \frac{AB}{AC}$, de unde rezultă că $\frac{BM}{CN} = \frac{AB^2}{AC^2}$..................**(1p)**

Problema 4. (7 puncte)

În exteriorul pătratului $ABCD$ se construiește triunghiul echilateral MAB. Punctul N este mijlocul laturii AM.

a) Determinați măsura unghiului BON, unde O este centrul pătratului $ABCD$.

b) Dacă aria pătratului $ABCD$ este egală cu 12 cm^2, calculați aria triunghiului BMC.

Soluție: Desen corect..**(1p)**

a) ΔBMC este isoscel, $\sphericalangle BMC = 150° \Rightarrow \sphericalangle BCM = 15° \Rightarrow \sphericalangle MCO = 30°$......................**(1p)**

ON este linie mijocie în $\Delta AMC \Rightarrow ON \parallel MC \Rightarrow \sphericalangle NOC = 180° - \sphericalangle MCO = 150°$.........**(1p)**

$\sphericalangle BON = \sphericalangle NOC - \sphericalangle BOC = 60°$..**(1p)**

b) $l = 2\sqrt{3}$ cm, unde l este latura pătratului $ABCD$..**(1p)**

Fie $MP \perp BC$. În ΔMPB: $\sphericalangle MPB = 90°, \sphericalangle MBP = 30° \Rightarrow MP = \frac{MB}{2} = \sqrt{3}$ cm...............**(1p)**

$A_{BMC} = \frac{BC \cdot MP}{2} = 3$ cm^2..**(1p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine"

Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ

CLASA a VIII-a 20.04.2024

Problema 1.(7 puncte)

a) Comparați numerele reale a și b știind că $(a-3)^2+(b+5)^2=4$.

b) Fie expresia $E(x)=\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}-\frac{2x^2}{1-x+x^2-x^3}\right):\left(\frac{x^2-5}{x^2+2\sqrt{5}x+5}:\frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{5}}+\frac{1}{x^2-1}\right)$,
$x\in\mathbb{R}-\{-1,+1,-\sqrt{5},+\sqrt{5}\}$. Determinați $x\in\mathbb{Z}$ astfel încât $E(x)\in\mathbb{Z}$.

Soluție:

a) $(a-3)^2+(b+5)^2=4 \Rightarrow |a-3|\le 2, |b+5|\le 2$ ....(1p)

$a\in[1;5],\ b\in[-7;-3] \Rightarrow a>b$ ....(1p)

b) $E(x)=\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}-\frac{2x^2}{(1-x)(x^2+1)}\right):\left(\frac{(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})}{(x+\sqrt{5})^2}:\frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{5}}+\frac{1}{x^2-1}\right)$ ....(1p)

$E(x)=\frac{-x(1+x^2)}{(x^2+1)(1-x)}:\frac{x^2}{x^2-1}$ ....(1p)

$E(x)=\frac{x+1}{x}$ ....(1p)

$\frac{x+1}{x}\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{+1;-1\}$ ....(1p)

$x\in\mathbb{R}-\{-1,+1,-\sqrt{5},+\sqrt{5}\} \Rightarrow S=\emptyset$ ....(1p)

Problema 2.(7 puncte)

Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=(2a-5)x+1$ și $g:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}, g(x)=f(-x+2)$.

a) Determinați valorile reale ale numărului a pentru care $P(a;-2)\in G_f$.

b) Pentru $a=1$, determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu graficul funcției g, $G_f\cap G_g=\{M\}$.

c) Știind că $a=1$, iar A și B sunt punctele de intersecție ale reprezentărilor graficelor funcțiilor f, respectiv g, cu axa Oy a sistemului de axe ortogonale xOy, determinați sinusul unghiului $\sphericalangle AMB$.

Soluție:

a) $P(a;-2)\in G_f \Rightarrow f(a)=-2, f(a)=2a^2-5a+1$ ....(1p)

$2a^2-5a+3=0 \Rightarrow a\in\left\{\frac{3}{2};1\right\}$ ....(1p)

b) $a=1 \Rightarrow f(x)=-3x+1 \Rightarrow g(x)=3x-5$ ....(1p)

$G_f\cap G_g=\{M\} \Rightarrow f(x)=g(x) \Rightarrow x=1 \Rightarrow M(1;-2)$ ....(1p)

c) $G_f\cap Oy=\{A\} \Rightarrow A(0;1), G_g\cap Oy=\{B\} \Rightarrow B(0;-5)$ ....(1p)

$A_{\Delta MAB}=3, A_{\Delta MAB}=\frac{AM\cdot MB\cdot\sin(\widehat{AMB})}{2}$ ....(1p)

$sin(\widehat{AMB})=\frac{3}{5}$ ....(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"

Anton Pann

Felicitări!

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ - ETAPA REGIONALĂ

CLASA a VIII-a 20.04.2024

Problema 3.(7 puncte)

Cutia cu suc a lui Mihai are forma unui tetraedru regulat $ABCD$ cu lungimea laturii de $12\ cm$.

a) Verificați dacă în cutie încap $200\ ml$ de suc.(știm că $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$).

b) Dacă M este mijlocul muchiei DC, iar N este mijlocul muchiei AB, arătați că H este ortocentrul ΔABM unde $AO \cap MN = \{H\}$ iar O este centrul cercului circumscris triunghiului ΔBCD.

c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele MN și AC.

Soluție: Figura..........(1p)

a) $AO = 4\sqrt{6}, V_{ABCD} = 144\sqrt{2}cm^3$ ....(1p)

1,41<√2<1,42=> $203{,}04cm^3 < V_{ABCD} < 204{,}48cm^3, 200ml = 200cm^3$ =>încap..........(1p)

b) ΔABM isoscel, MN mediană => MN înălțime=> $MN \perp AB$..........(1p)

$AO \perp (BCD), BM \subset (BCD) \Rightarrow AO \perp BM, AO \cap MN = \{H\} \Rightarrow H$ ortocentru..........(1p)

c) Fie Q mijlocul lui $AD \Rightarrow MQ$ linie mijlocie în $\Delta ACD \Rightarrow MQ \parallel AC \Rightarrow$

$\sphericalangle(AC, MN) = \sphericalangle(QM, MN) = \sphericalangle(QMN)$..........(1p)

$MN = 6\sqrt{2}, NQ = MQ = 6 \Rightarrow \Delta MQN$ drept. isoscel => $\sphericalangle(QMN) = 45^0$..........(1p)

Problema 4.(7 puncte)

Se consideră prisma patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ cu baza un pătrat cu lungimea laturii de $12\ cm$ și volumul de $1728\sqrt{2}\ cm^3$.

a) Determinați tangenta unghiului dintre $O'C$ și planul $(BDD'), \{O'\} = A'C' \cap B'D'$

b) Determinați distanța de la punctul A la planul (BCO').

Soluție: Figura ....(1p)

$h = 12\sqrt{2}$..........(1p)

a) $pr_{(BDD')}(O'C) = O'O, \{O\} = AC \cap BD$..........(1p)

$OC = 6\sqrt{2}cm \Rightarrow tg\sphericalangle(CO'O) = \frac{1}{2}$..........(1p)

b) $V_{O'ABC} = 288\sqrt{2}cm^3$ $O'M = 18\ cm$, M mijlocul lui BC..........(1p)

$d(A, (BCO')) = AT \Rightarrow V_{O'ABC} = \frac{AT \cdot A_{\Delta O'BC}}{3}$..........(1p)

$AT = 8\sqrt{2}\ cm$..........(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!