EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009 - SESIUNEA SPECIALĂ
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D
BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

1.	$\sqrt{3}=\sqrt[12]{729},\ \sqrt[3]{5}=\sqrt[12]{625},\ \sqrt[4]{8}=\sqrt[12]{512}$ Finalizare	**3p** **2p**
2.	$A(1,0)\in G_g$ şi dreptei de ecuație $x=1$ $M(0,3)\in G_g$ Simetricul lui M față de dreapta $x=1$ este $M'(2,3)$ Finalizare: $f(x)=3x-3$	**1p** **1p** **1p** **2p**
3.	Scrierea ecuației $3t^2-30t+27=0$, cu $t=3^x$ Finalizare: $x_1=0,\ x_2=2$	**3p** **2p**
4.	Sunt 900 de numere Sunt $4\cdot5\cdot5=100$ numere cu toate cifrele pare Probabilitatea $=\dfrac{1}{9}$	**2p** **2p** **1p**
5.	$M(2,-1)$ este mijlocul lui BC Ecuația dreptei AM este $3x+y-5=0$	**2p** **3p**
6.	$\dfrac{ctg1-tg1}{2}=\dfrac{1-tg^2 1}{2tg1}=$ $=\dfrac{1}{tg2}=$ $=ctg2$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL II (30 puncte)

1.a)	Fie $x,y\in(0,\infty)$. $f(x)-f(y)=\dfrac{\det A\cdot(x-y)}{(cx+d)\cdot(cy+d)}=0$ Finalizare	**4p** **1p**
b)	$f(x)=f(y)\Rightarrow\det A\cdot(x-y)=0$ Cum $\det A\neq0\Rightarrow x=y$	**3p** **2p**
c)	Inducție după *n*: verificare pentru $n=1$ $A^{n+1}=A^n\cdot A\Rightarrow aa_n+cb_n=a_{n+1},\ ba_n+db_n=b_{n+1},\ ac_n+cd_n=c_{n+1},\ bc_n+dd_n=d_{n+1}$ Finalizare	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\det(I_2+aA+bB)=\begin{vmatrix}1+a & b\\ 0 & 1\end{vmatrix}=$ $=1+a\neq0$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
b)	Parte stabilă cu condițiile necesare $(I_2+aA+bB)^{-1}=\dfrac{1}{a+1}\begin{pmatrix}1 & -b\\ 0 & 1+a\end{pmatrix}=I_2+\dfrac{-a}{a+1}A+\dfrac{-b}{a+1}B$ cu $-\dfrac{a}{a+1}\neq-1$	**3p** **2p**

c)	$X^2 = I_2,\ X \in G \Leftrightarrow I_2 + \left(2a + a^2\right)A + \left(ab + 2b\right)B = I_2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (a+2)(aA + bB) = O_2$ $a = -2$ şi $b \in \mathbb{R}$ oarecare	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL III (30 puncte)

1.a)	Verifică faptul că nu există asimptote spre $+\infty$ Justifică faptul că $x = 0$ este asimptotă verticală	**3p** **2p**
b)	Calculul derivatei a II-a a funcției g_n Finalizare	**3p** **2p**
c)	Arată că $1 < x_n < 2$ $x_n = 2\left(1 - \frac{1}{2^n}\ln x_n\right)^{\frac{1}{n}}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\ln x_n}{2^n} = 0$ Finalizare	**2p** **1p** **1p** **1p**
2.a)	$I_2 = \int_0^a \frac{t^2}{t+1}dt = \int_0^a \left(t - 1 + \frac{1}{t+1}\right)dt =$ $= \frac{a^2}{2} - a + \ln(a+1)$	**2p** **3p**
b)	$I_n + I_{n-1} = \int_0^a t^{n-1}dt =$ $= \left.\frac{t^n}{n}\right\vert_0^a$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
c)	$0 \le I_n \le \int_0^a t^n dt$ $\int_0^a t^n dt = \left.\frac{t^{n+1}}{n+1}\right\vert_0^a = \frac{a^{n+1}}{n+1} \le \frac{1}{n+1}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**

- **Total: 100 de puncte, din care 10 sunt din oficiu.**
- **Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**