

Prezenta lucrare conține \_\_\_\_ pagini

**SIMULAREA EXAMENULUI DE  
EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU  
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023-2024**

**Matematică**

Numele: .....  
.....  
Inițiala prenumelui tatălui: .....  
Prenumele: .....  
.....  
Școala de proveniență: .....  
.....  
Centrul de examen: .....  
Localitatea: .....  
Județul: .....

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**


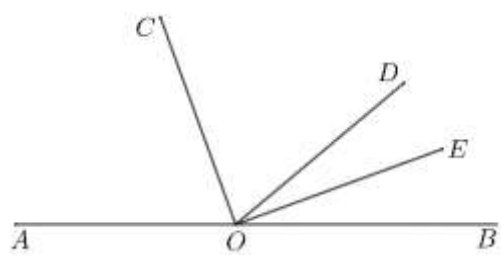
<b>5p</b>	<b>1.</b> Rezultatul calculului $20:10 \cdot 2$ este egal cu: a) 1 b) 4 c) 10 d) 20
<b>5p</b>	<b>2.</b> Numărul care reprezintă 20% din 120 este egal cu: a) 20 b) 24 c) 30 d) 100
<b>5p</b>	<b>3.</b> Produsul tuturor numerelor întregi din intervalul $(-2,3]$ este egal cu: a) -6 b) 0 c) 6 d) 12
<b>5p</b>	<b>4.</b> Mulțimea valorilor întregi ale lui $x$ pentru care $x^2 + 1 \leq 5$ este: a) $\{0,1\}$ b) $\{-1,0,1\}$ c) $\{0,1,2\}$ d) $\{-2,-1,0,1,2\}$

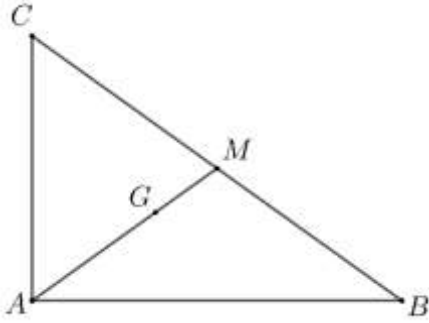
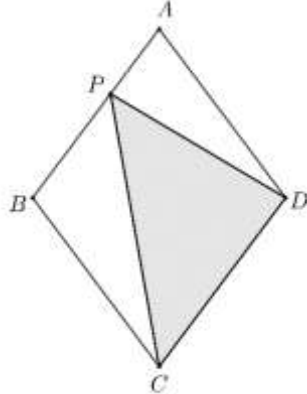
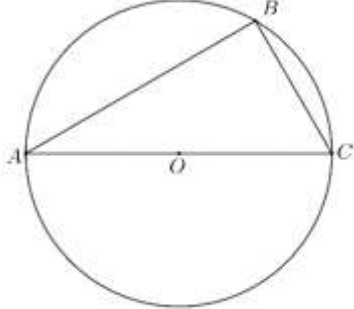
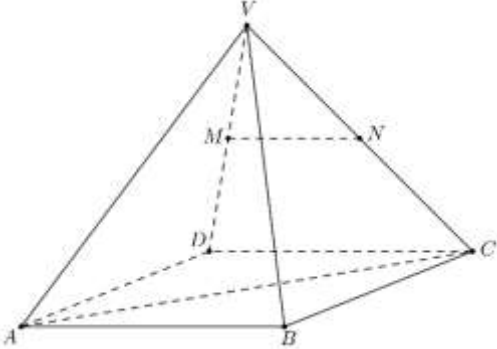
<b>5p</b>	<p>5. Patru elevi, Adrian, Bogdan, Ciprian și Doru determină media aritmetică a numerelor reale <math>x = \sqrt{3} \cdot \left(3 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)</math> și <math>y = 3\sqrt{3} + \sqrt{2}</math>. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Adrian</td> <td><math>-3\sqrt{3}</math></td> </tr> <tr> <td>Bogdan</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>Ciprian</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Doru</td> <td><math>3\sqrt{3}</math></td> </tr> </table> <p>Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media aritmetică este:</p> <p>a) Adrian                  b) Bogdan                  c) Ciprian                  d) Doru</p>	Adrian	$-3\sqrt{3}$	Bogdan	0	Ciprian	5	Doru	$3\sqrt{3}$
Adrian	$-3\sqrt{3}$								
Bogdan	0								
Ciprian	5								
Doru	$3\sqrt{3}$								
<b>5p</b>	<p>6. Elena are 18 ani, iar Mihai are 34 de ani. Afirmația: „În urmă cu doi ani, vârsta Elenei era jumătate din vârsta lui Mihai.” este:</p> <p>a) adevărată      b) falsă</p>								

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. În figura alăturată, punctele <math>A, B, M, C</math> sunt coliniare, în această ordine, astfel încât <math>AM = 2BM</math>, <math>MB = 3MC</math> și <math>AB = 3\text{cm}</math>. Lungimea segmentului <math>AC</math> este egală cu:</p> <p>a) 3cm                  b) 6cm                  c) 7cm                  d) 14cm</p> <div style="text-align: center;">  </div>
<b>5p</b>	<p>2. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare <math>A, O, B</math>, iar punctele <math>C, D, E</math> sunt situate de aceeași parte a dreptei <math>AB</math>, astfel încât semidreapta <math>OE</math> este bisectoarea unghiului <math>DOB</math>. Dreptele <math>OC</math> și <math>OE</math> sunt perpendiculare, iar măsura unghiului <math>AOC</math> este <math>70^\circ</math>. Măsura unghiului <math>DOE</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>20^\circ</math>                  b) <math>30^\circ</math>                  c) <math>50^\circ</math>                  d) <math>70^\circ</math></p> <div style="text-align: center;">  </div>

<p><b>5p</b></p>	<p><b>3.</b> În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, cu ipotenuza <math>BC = 12\sqrt{3}</math> cm. Dacă punctul <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math>, iar punctul <math>G</math> este centrul de greutate al triunghiului <math>ABC</math>, atunci lungimea segmentului <math>AG</math> este:</p> <p>a) <math>2\sqrt{3}</math> cm                  b) <math>3\sqrt{3}</math> cm                  c) <math>4\sqrt{3}</math> cm                  d) <math>6\sqrt{3}</math> cm</p> 
<p><b>5p</b></p>	<p><b>4.</b> În figura alăturată este reprezentat rombul <math>ABCD</math>, iar punctul <math>P</math> este situat pe latura <math>AB</math>. Dacă aria rombului este egală cu <math>48\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup>, atunci aria triunghiului <math>CDP</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>8\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup>                  b) <math>8\sqrt{6}</math> cm<sup>2</sup>                  c) <math>16\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup>                  d) <math>24\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p> 
<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> În figura alăturată este reprezentat cercul cu centru <math>O</math>, diametrul <math>AC</math>, iar punctul <math>B</math> este situat pe cerc astfel încât măsura arcului mic <math>AB</math> este <math>120^\circ</math>. Măsura unghiului <math>BAC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>15^\circ</math>                  b) <math>30^\circ</math>                  c) <math>60^\circ</math>                  d) <math>120^\circ</math></p> 
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> În figura alăturată este reprezentată o piramidă regulată <math>VABCD</math>, cu baza pătratul <math>ABCD</math>. Dacă punctul <math>M</math> este mijlocul muchiei <math>VD</math>, iar punctul <math>N</math> este mijlocul muchiei <math>VC</math>, atunci măsura unghiului determinat de dreptele <math>MN</math> și <math>AC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>45^\circ</math>                  b) <math>60^\circ</math>                  c) <math>90^\circ</math>                  d) <math>135^\circ</math></p> 

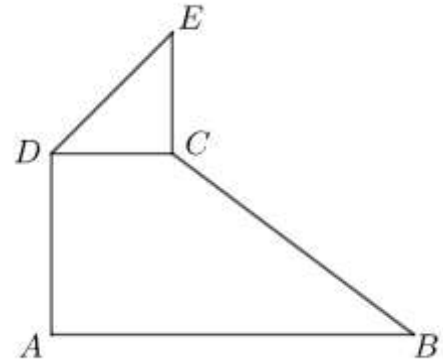
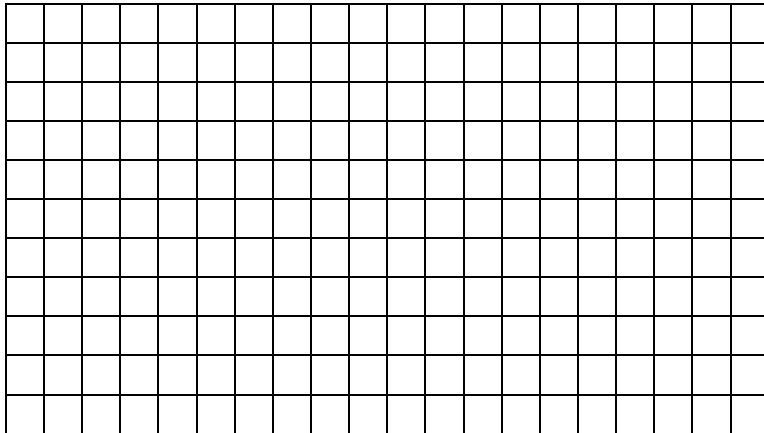




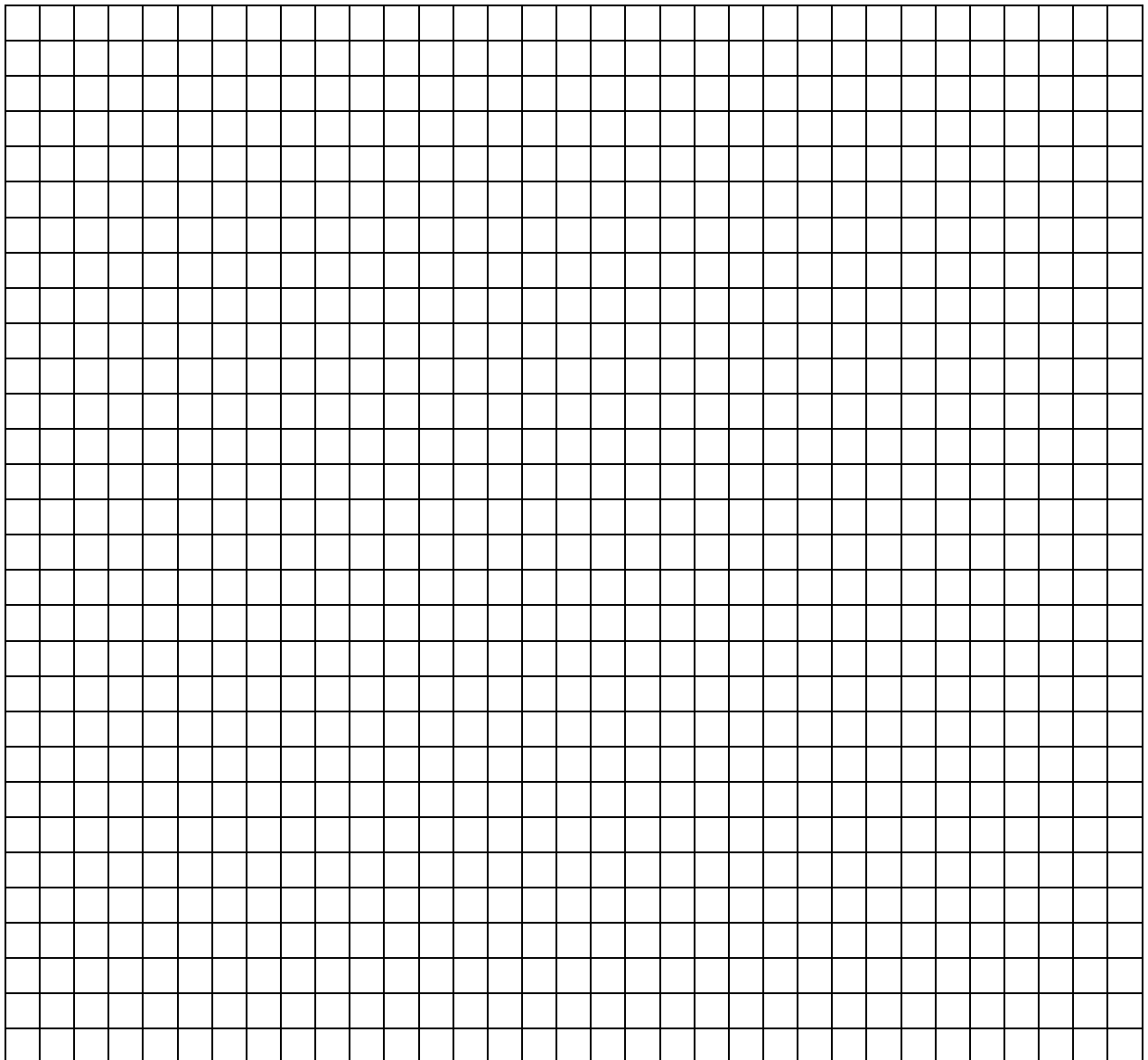


**5p** 4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $CD = 2\text{ cm}$ ,  $BC = 5\text{ cm}$ , iar triunghiul  $DCE$  este dreptunghic isoscel cu  $DC = EC$ .

**(2p) a)** Arată că perimetrul trapezului este egal cu 16 cm.



**(3p) b)** Calculează tangenta unghiului format de dreptele  $AD$  și  $BE$ .

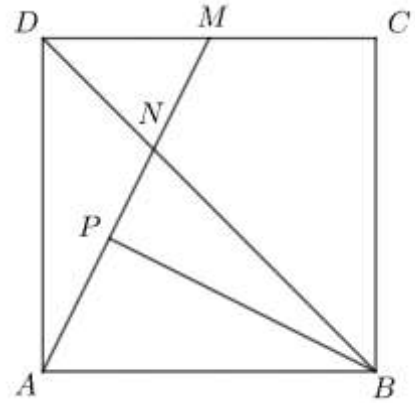
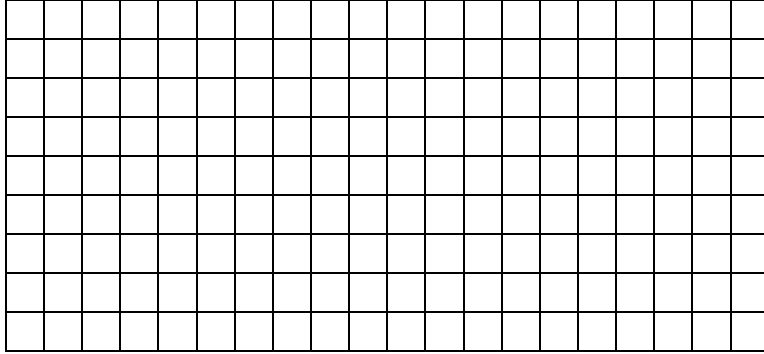




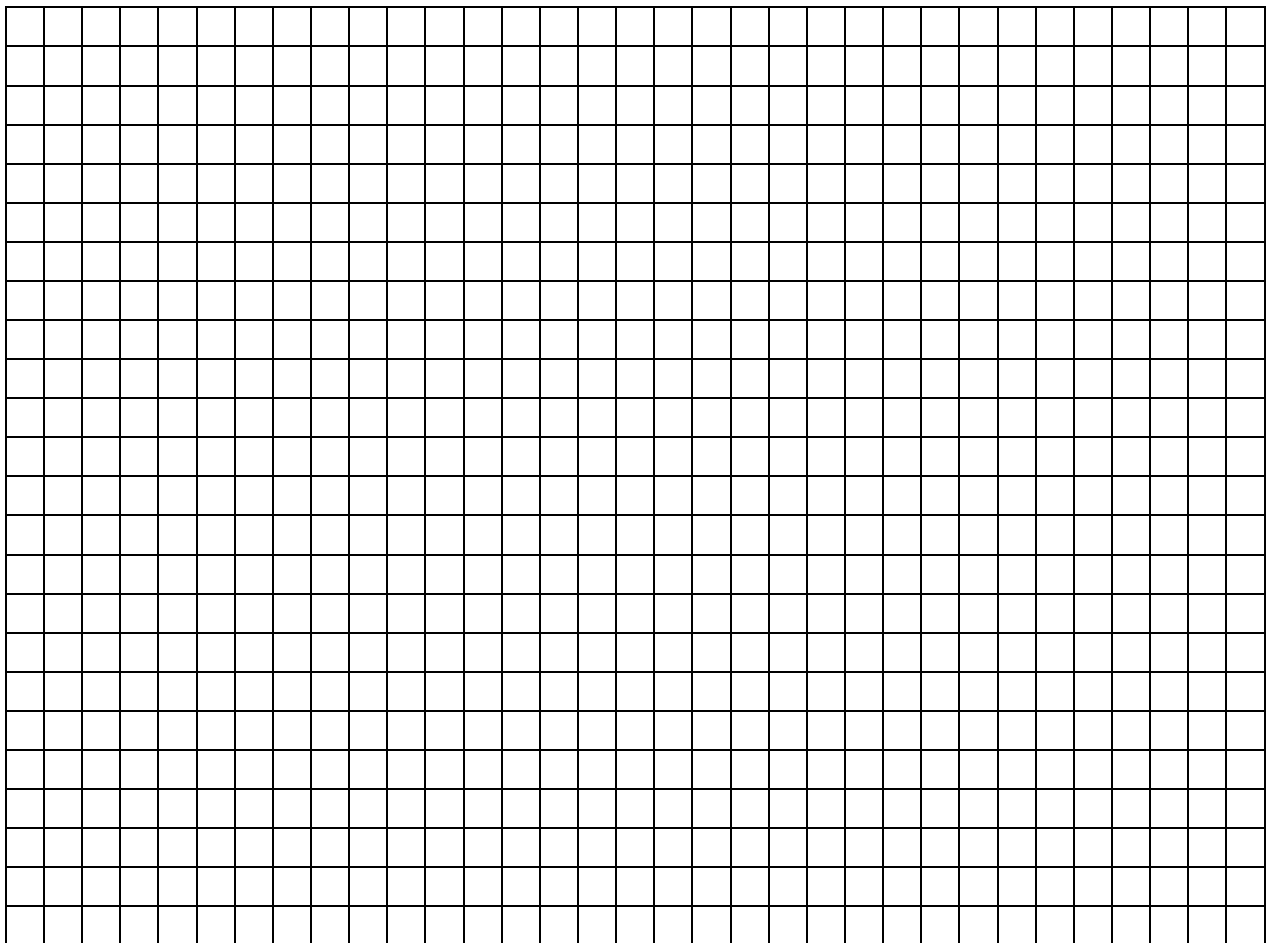
5p

5. În figura alăturată este reprezentat pătratul  $ABCD$ , cu  $AB = 30\text{cm}$ , iar punctul  $M$  este mijlocul lui  $CD$ . Dreptele  $AM$  și  $BD$  se intersectează în punctul  $N$ , iar punctul  $P$  este pe segmentul  $AN$  astfel încât  $BN = PN\sqrt{10}$ .

(2p) a) Calculează aria pătratului  $ABCD$ .

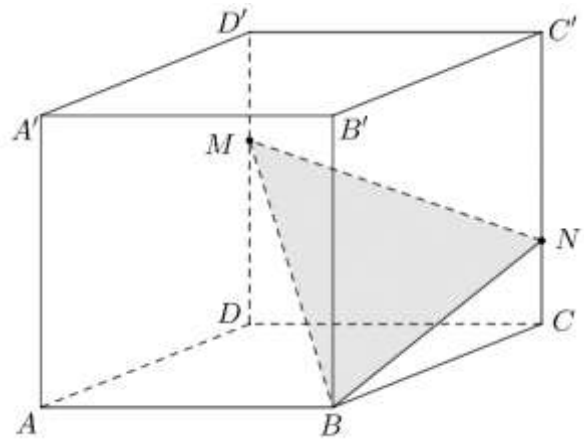
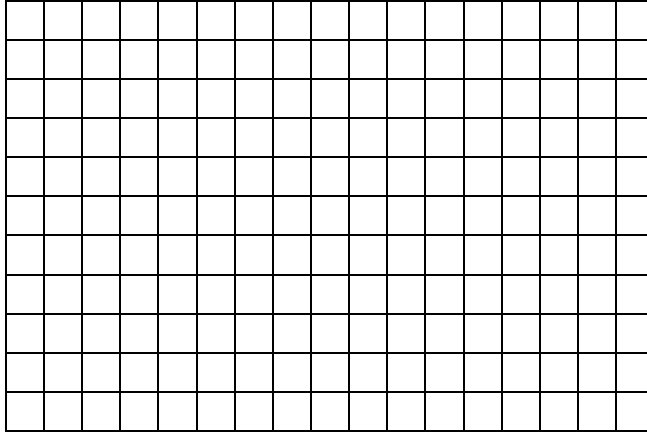


(3p) b) Arată că  $BP \perp AM$ .

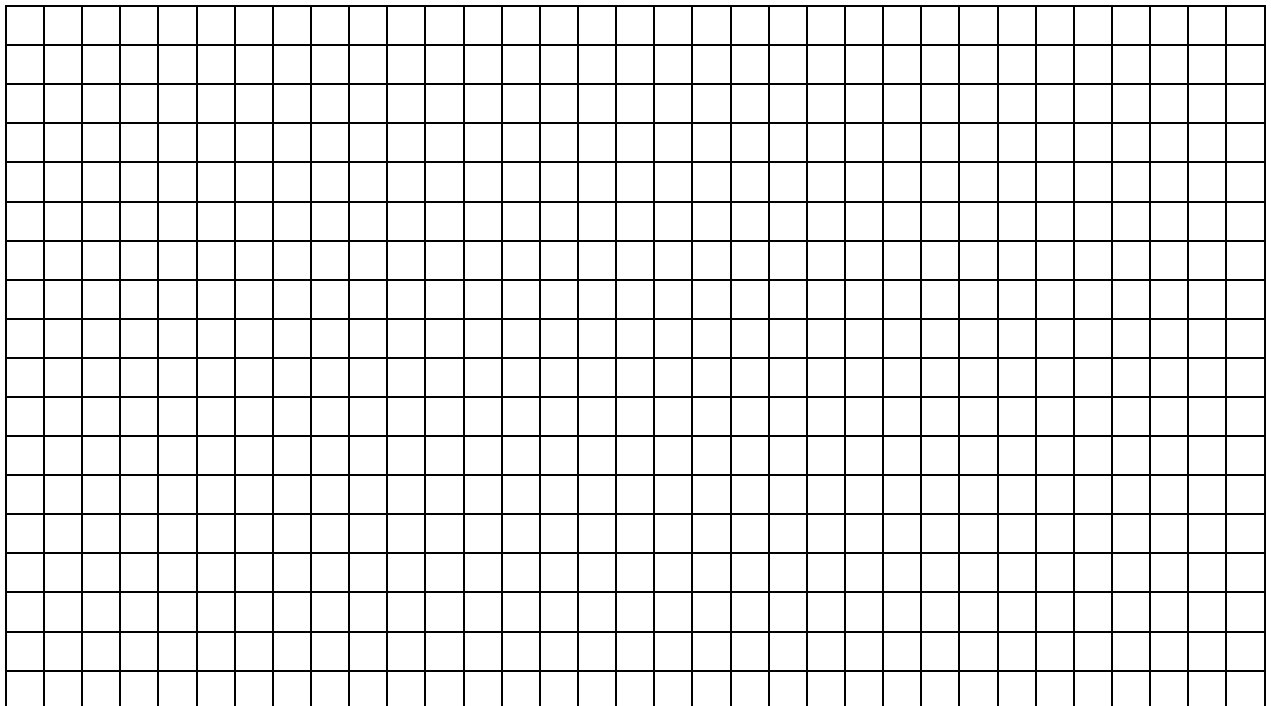


**5p** 6. În figura alăturată este reprezentat cubul  $ABCD A' B' C' D'$ , iar  $AB = 6\text{ cm}$ . Punctul  $M$  se află pe segmentul  $DD'$ , astfel încât  $DM = 4\text{ cm}$ , iar punctul  $N$  se află pe segmentul  $CC'$ , astfel încât  $CN = 2\text{ cm}$ .

**(2p) a)** Arată că  $MB = 2\sqrt{22}\text{ cm}$ .



**(3p) b)** Calculează distanța de la punctul  $M$  la dreapta de intersecție a planelor  $(MBN)$  și  $(ABCD)$ .



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023-2024**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Dacă ar fi 6 bănci în clasă, atunci numărul de elevi ar fi $3 \cdot 6 + 3 = 21$ Cum $4 \cdot (6 - 2) + 1 = 17 \neq 21 \Rightarrow$ nu este posibil ca în clasă să fie 6 bănci	1p 1p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>e = 3 \cdot b + 3</math>, iar <math>e = 4 \cdot (b - 2) + 1</math> unde <math>b</math> este numărul de bănci din clasă, iar <math>e</math> este numărul elevilor din clasă  <math>3b + 3 = 4b - 7 \Rightarrow b = 10</math>  <math>e = 33</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>a = \frac{8}{3} - 6 + \frac{16}{3} =</math>  <math>a = 8 - 6 = 2</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}</math>  <math>a \cdot b = 2\sqrt{2}</math>                  Cum <math>2 &lt; 2\sqrt{2} &lt; 3 \Rightarrow \frac{1}{3} &lt; \frac{1}{2\sqrt{2}} &lt; \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a \cdot b} \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>3.</b>	<p><b>a)</b> <math>E(1) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{12}{4} =</math>  <math>= \frac{4}{6} \cdot 3 = 2.</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>E(x) = \left(\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}\right) \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{4} =</math>  <math>= \frac{2}{x(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{4} = \frac{x+3}{2x}</math> pentru orice <math>x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}</math>  <math>E(n) \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \{-3, -1, 1, 3\}</math> și cum <math>n \in \mathbb{Z} \setminus \{-2, -1, 0\} \Rightarrow n \in \{-3, 1, 3\}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>4.</b>	<p><b>a)</b> Fie <math>CF \perp AB, F \in AB \Rightarrow DCFA</math> dreptunghi, deci <math>FB = 4 \text{ cm} \Rightarrow AD = CF = 3 \text{ cm}</math>  <math>\mathcal{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 16 \text{ cm}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>CF \perp AB, EC \perp DC, AB \parallel DC \Rightarrow E, C, F</math> coliniare  <math>AD \parallel EF \Rightarrow \text{tg}(AD, BE) = \text{tg}(EF, BE) = \text{tg} FEB</math>  <math>\text{tg} FEB = \frac{4}{5}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> <math>A_{ABCD} = AB^2 =</math>  <math>= 30^2 = 900 \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>\triangle DNM \sim \triangle BNA \Rightarrow \frac{DN}{NB} = \frac{DM}{AB} = \frac{AN}{NM} \Rightarrow NB = 2DN</math>                  Cum <math>DB = 30\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow DN = 10\sqrt{2} \text{ cm}, NB = 20\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow PN = 4\sqrt{5} \text{ cm}</math>                  Fie <math>DE \perp AM, E \in AM \Rightarrow DE = \frac{DM \cdot AD}{AM} = 6\sqrt{5} \text{ cm} \Rightarrow NE = 2\sqrt{5} \text{ cm}</math>                  Cum <math>\frac{PN}{NE} = 2 = \frac{NB}{DN}, \sphericalangle DNE \equiv \sphericalangle PNB \Rightarrow \triangle NED \sim \triangle NPB \Rightarrow \sphericalangle NPB = 90^\circ \Rightarrow BP \perp AM</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> <math>MD \perp (ABCD) \Rightarrow MD \perp DB</math>  <math>\triangle MDB</math> dreptunghic în <math>D \Rightarrow MB^2 = MD^2 + DB^2 = 88 \Rightarrow MB = 2\sqrt{22} \text{ cm}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> Fie <math>MN \cap DC = \{P\} \Rightarrow (MNB) \cap (ABCD) = BP</math></p>	<p><b>1p</b></p>

<p>Cum <math>NC \parallel MD, NC = \frac{MD}{2} \Rightarrow NC</math> este linie mijlocie în triunghiul <math>MPD \Rightarrow CP = 6\text{ cm}</math></p> <p><math>BC = CP \Rightarrow \triangle BCP</math> dreptunghic isoscel, deci <math>\angle DBP = \angle DBC + \angle CBP = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ</math></p> <p><math>MD \perp (ABCD), DB \perp BP, DB, BP \subset (ABCD) \xrightarrow{T3\perp} MB \perp BP \Rightarrow d(M, BP) = MB = 2\sqrt{22}\text{ cm}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
---	-----------------------------------