

Prezenta lucrare conține \_\_\_\_\_ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU  
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023 – 2024**

**Matematică**

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui: .....

Prenumele:.....

Școala de  
proveniență: .....

Centrul de examen: .....

Localitatea: .....

Județul: .....

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

### SUBIECTUL I

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

5p	1. Rezultatul calculului $36 : 2 - 18$ este egal cu: a) 1 b) 0 c) 36 d) 18
5p	2. Dacă $\frac{a}{2} = \frac{5}{b}$ , $b \neq 0$ , atunci rezultatul calculului $(ab - 5)^2$ este egal cu: a) 5 b) 25 c) 10 d) 20
5p	3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-5, 5)$ este: a) -5 b) -4 c) 0 d) 5
5p	4. Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{50} < x \leq 3^{51}\}$ este egal cu: a) 3 b) $3^{50}$ c) $3^{51}$ d) $2 \cdot 3^{50}$

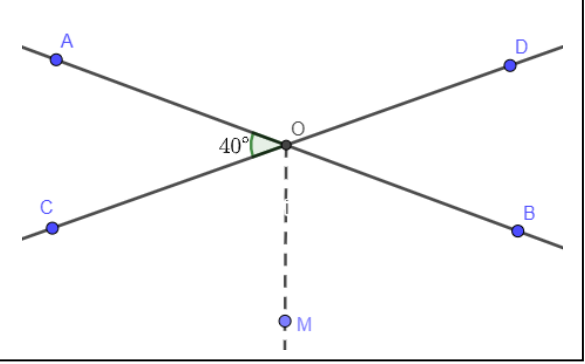
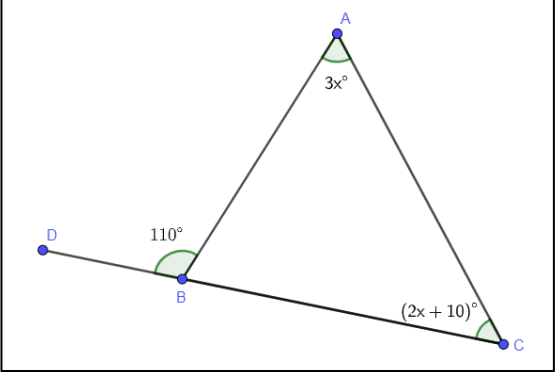
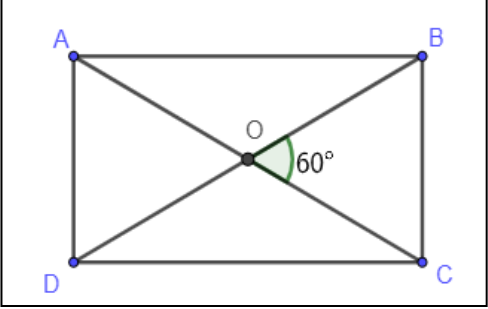
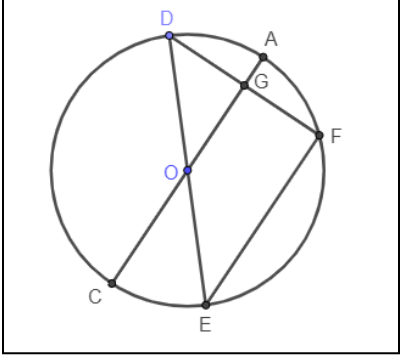
<b>5p</b>	<p>5. În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 600 de mașini dintr-o parcare.</p> <div data-bbox="448 247 1263 722" style="text-align: center;"><table border="1"><thead><tr><th>Culoare</th><th>Procentaj</th></tr></thead><tbody><tr><td>mașini albastre</td><td>10%</td></tr><tr><td>mașini roșii</td><td>25%</td></tr><tr><td>mașini verzi</td><td>30%</td></tr><tr><td>mașini galbene</td><td>35%</td></tr></tbody></table></div> <p>Conform diagramei, diferența dintre numărul mașinilor din parcare care nu sunt verzi și numărul mașinilor din parcare care nu sunt galbene este:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) 10</li><li>b) 30</li><li>c) 60</li><li>d) 120</li></ul>	Culoare	Procentaj	mașini albastre	10%	mașini roșii	25%	mașini verzi	30%	mașini galbene	35%
Culoare	Procentaj										
mașini albastre	10%										
mașini roșii	25%										
mașini verzi	30%										
mașini galbene	35%										
<b>5p</b>	<p>6. Darius are în bibliotecă 80 de cărți de proză, 70 de cărți de poezii și 50 de culegeri de probleme de matematică. Maria afirmă că, dacă ia la întâmplare o carte din bibliotecă, probabilitatea ca aceasta să fie carte de poezii este <math>\frac{1}{4}</math>. Afirmarea Mariei este:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) adevărată</li><li>b) falsă</li></ul>										

### SUBIECTUL al II-lea

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

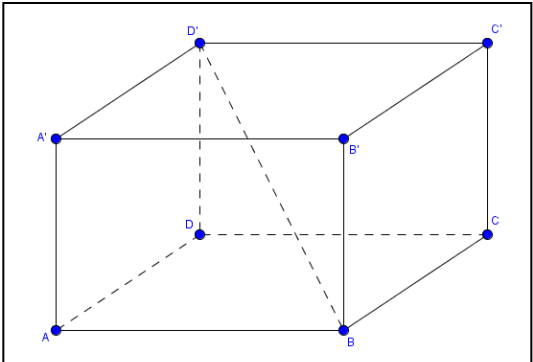
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. În figura alăturată, punctele <math>A, B, C, D, E</math> și <math>F</math> sunt coliniare în această ordine, astfel încât <math>AB = BC = CD = DE = EF</math>. Valoarea raportului <math>\frac{BE}{AF}</math> este:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) 0,2</li><li>b) 0,4</li><li>c) 0,6</li><li>d) 0,8</li></ul> <div data-bbox="545 1671 1425 1829" style="text-align: center;"></div>
-----------	--

<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată, dreptele <math>AB</math> și <math>CD</math> sunt concurente în punctul <math>O</math>. Dacă măsura unghiului <math>\sphericalangle AOC</math> este de <math>40^\circ</math>, iar semidreapta <math>(OM</math> este bisectoarea unghiului <math>\sphericalangle BOC</math>, atunci măsura unghiului <math>\sphericalangle DOM</math> este de:</p> <p>a) <math>100^\circ</math>                  b) <math>110^\circ</math>                  c) <math>140^\circ</math>                  d) <math>170^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul <math>ABC</math>. Unghiul <math>\sphericalangle ABD</math> este exterior triunghiului <math>ABC</math> și are măsura de <math>110^\circ</math>. Atunci valoarea lui <math>x</math> este:</p> <p>a) <math>70^\circ</math>                  b) <math>40^\circ</math>                  c) <math>20^\circ</math>                  d) <math>10^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul <math>ABCD</math>, unde <math>AC \cap BD = \{O\}</math>, măsura unghiului <math>\sphericalangle BOC = 60^\circ</math>, iar lungimea laturii <math>AD</math> este de 10 cm. Atunci aria dreptunghiului <math>ABCD</math> este de:</p> <p>a) <math>100 \text{ cm}^2</math>                  b) <math>100\sqrt{2} \text{ cm}^2</math>                  c) <math>100\sqrt{3} \text{ cm}^2</math>                  d) <math>100\sqrt{6} \text{ cm}^2</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>5. În figura alăturată, punctele <math>D, A, F, E</math> și <math>C</math> sunt situate pe cercul de centru <math>O</math>, astfel încât <math>AC</math> și <math>DE</math> sunt diametre, iar <math>AC \cap DF = \{G\}</math>. Măsura unghiului <math>\sphericalangle FGC</math> este de <math>90^\circ</math>, iar aria triunghiului <math>DGO</math> este de <math>20 \text{ cm}^2</math>. Atunci aria patrulaterului <math>EOGF</math> este de:</p> <p>a) <math>40 \text{ cm}^2</math>                  b) <math>60 \text{ cm}^2</math>                  c) <math>80 \text{ cm}^2</math>                  d) <math>100 \text{ cm}^2</math></p>	

**5p** 6. În figura alăturată,  $ABCD A'B'C'D'$  este un paralelipiped dreptunghic. Dacă  $AB = 4\sqrt{2}$  cm,  $BC = 4$  cm și  $AA' = 4\sqrt{3}$  cm, atunci măsura unghiului determinat de dreapta  $D'B$  și planul  $(ABC)$  este de:

a)  $30^\circ$   
b)  $45^\circ$   
c)  $60^\circ$   
d)  $90^\circ$



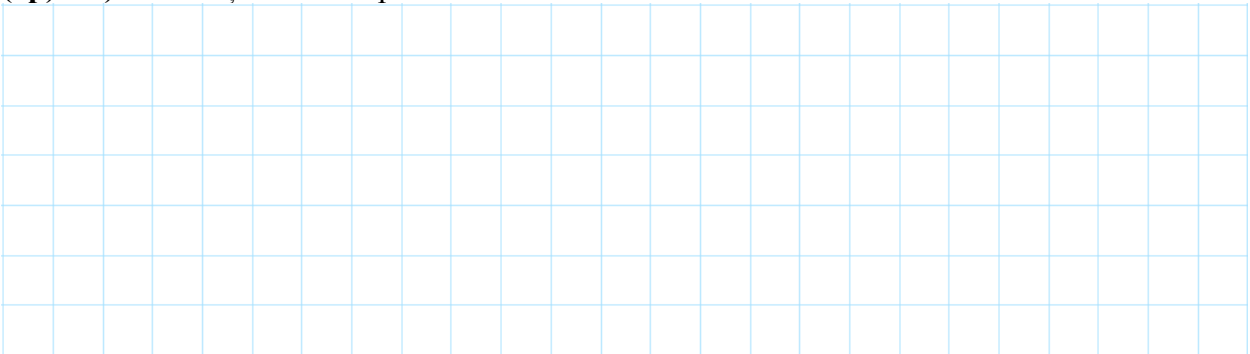
### SUBIECTUL al III-lea

*Scris rezolvările complete.*

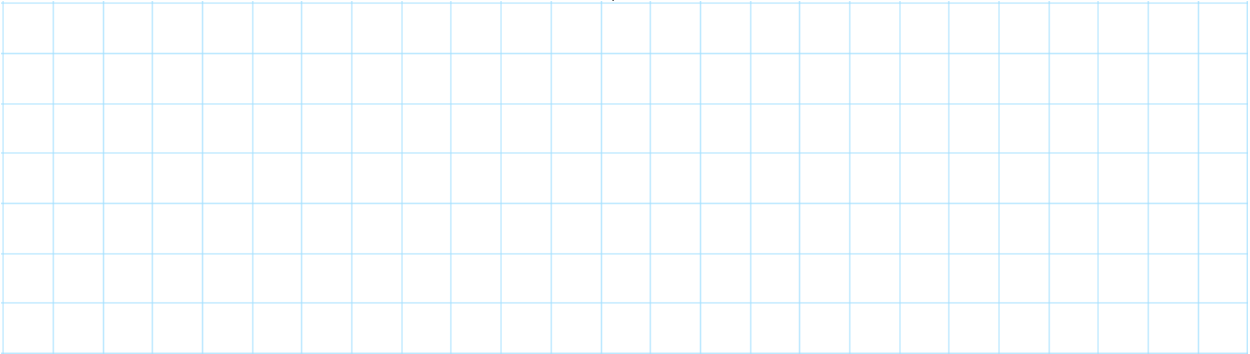
**(30 de puncte)**

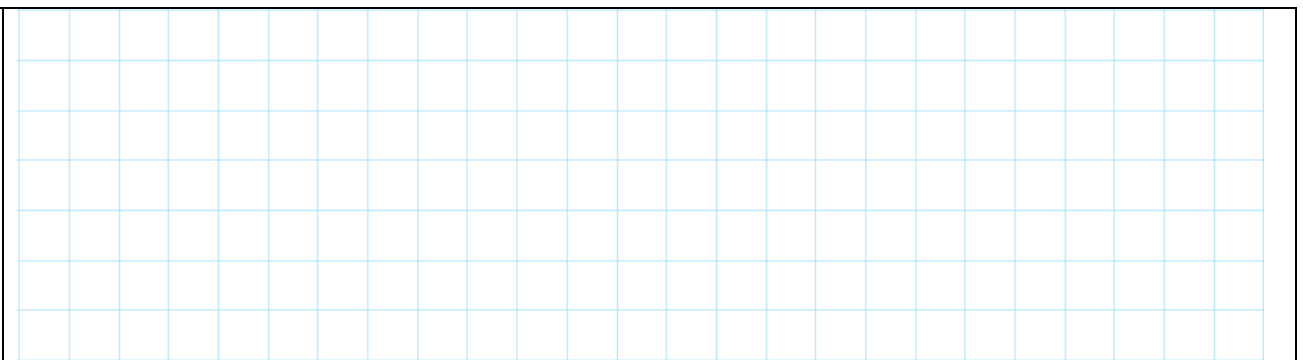
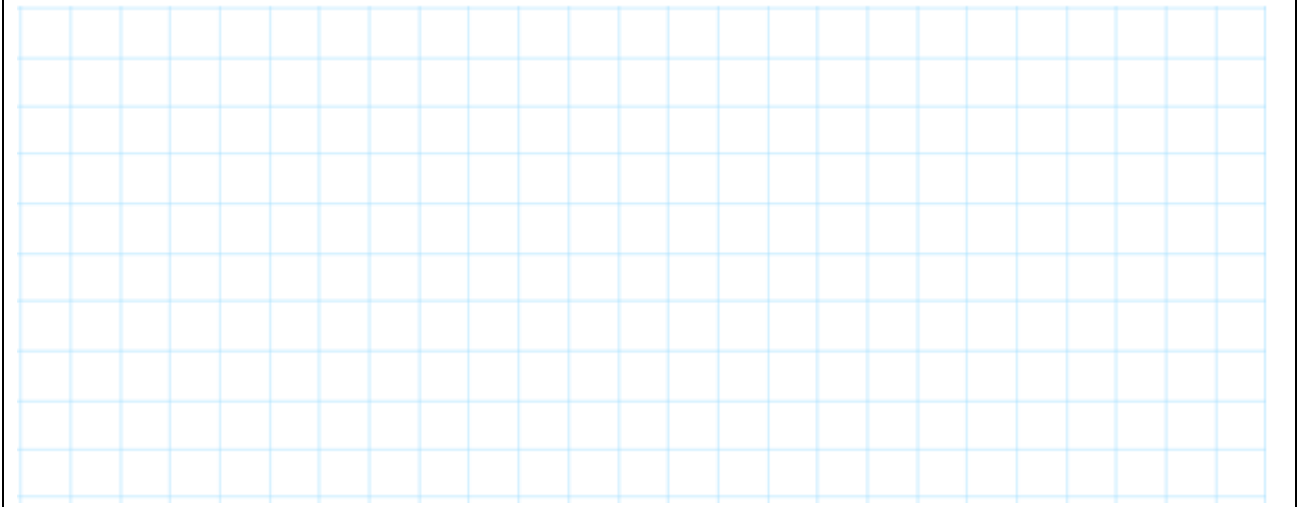

**5p** 1. Ioana este florăreasă și pregătește buchete de trandafiri astfel: dacă pune în buchet câte 4 trandafiri, îi rămân 3, dacă pune în buchet câte 5 trandafiri, îi rămân 4, iar dacă pune în buchet câte 6 trandafiri, îi rămân 5.

**(2p) a)** Verificați dacă este posibil ca Ioana să aibă în florărie 179 de trandafiri.



**(3p) b)** Aflați câți trandafiri are Ioana în florărie, știind că numărul lor reprezintă cel mai mic număr de trei cifre care verifică datele din enunț.

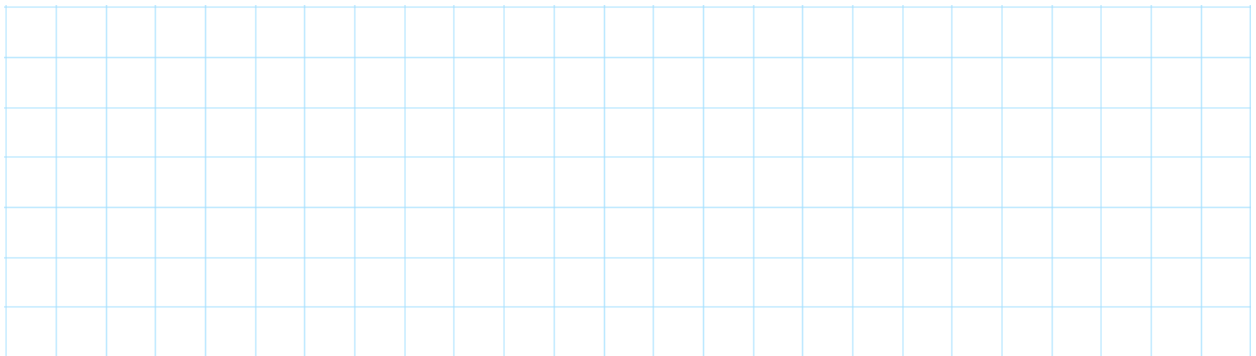


	
<b>5p</b>	<p>2. Se consideră expresia <math>E(x) = \left( \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} - \frac{12}{9-x^2} \right) : \frac{x+1}{x-3}</math>, unde <math>x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 3\}</math>.</p> <p>(2p) a) Arătați că <math>E(x) = \frac{4}{x+1}</math>, oricare ar fi <math>x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 3\}</math>.</p>  <p>(3p) b) Determinați valorile întregi ale lui <math>n</math>, pentru care <math>E(n) \in \mathbb{Z}</math>.</p> 

5p

3. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 6$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x + 8$ .

(2p) a) Știind că  $G_f \cap G_g = \{P\}$ , determinați coordonatele punctului  $P$ .

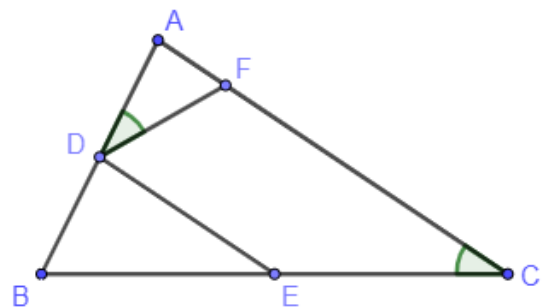


(3p) b) Dacă punctul  $O$  reprezintă originea sistemului de axe de coordonate,  $A$ , respectiv  $B$  reprezintă punctele de intersecție ale graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ , iar  $M$  reprezintă mijlocul segmentului  $AB$ , calculați tangenta unghiului  $\sphericalangle OPM$ .

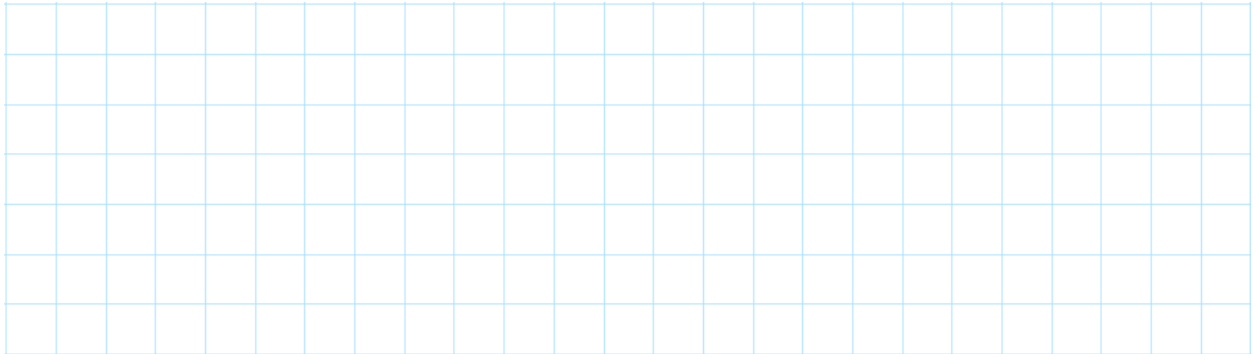


5p

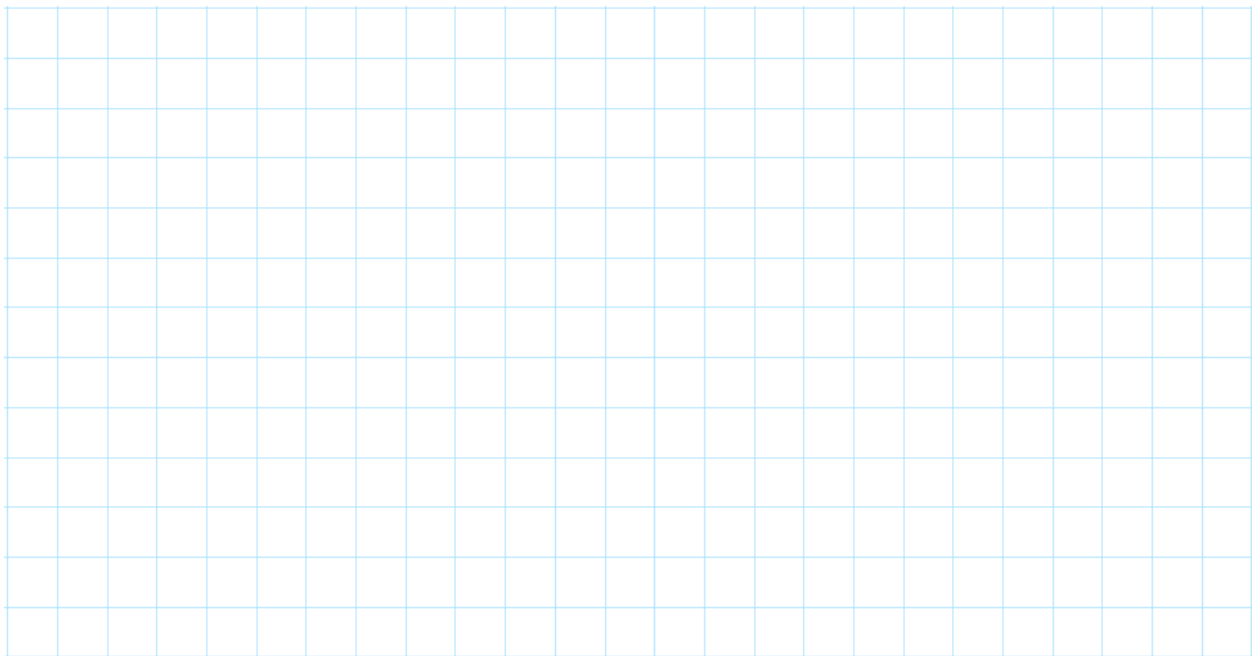
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , unde  $D$  este mijlocul segmentului  $AB$ ,  $E$  este mijlocul segmentului  $BC$ , iar punctul  $F$  este situat pe latura  $AC$  astfel încât măsura unghiului  $\sphericalangle ADF$  este egală cu măsura unghiului  $\sphericalangle ACB$ . Se știe că  $AB = 8$  cm și  $AC = 12$  cm.



(2p) a) Arătați că lungimea segmentului  $DE$  este de 6 cm.

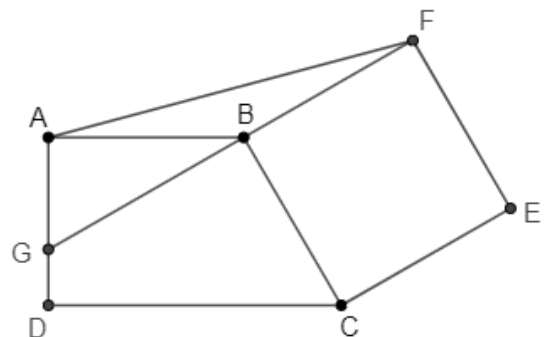


(3p) b) Calculați valoarea raportului dintre aria triunghiului  $AFD$  și aria triunghiului  $DBE$ .



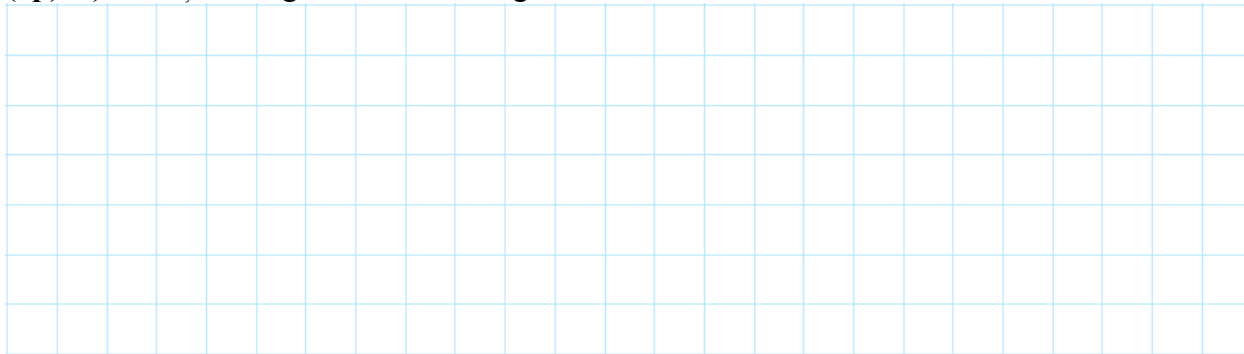
5p

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB < CD$ , cu  $AB = BC = 8$  cm, iar măsura unghiului  $\sphericalangle ABC$  este de  $120^\circ$ . În exteriorul trapezului este construit pătratul  $BCEF$ .

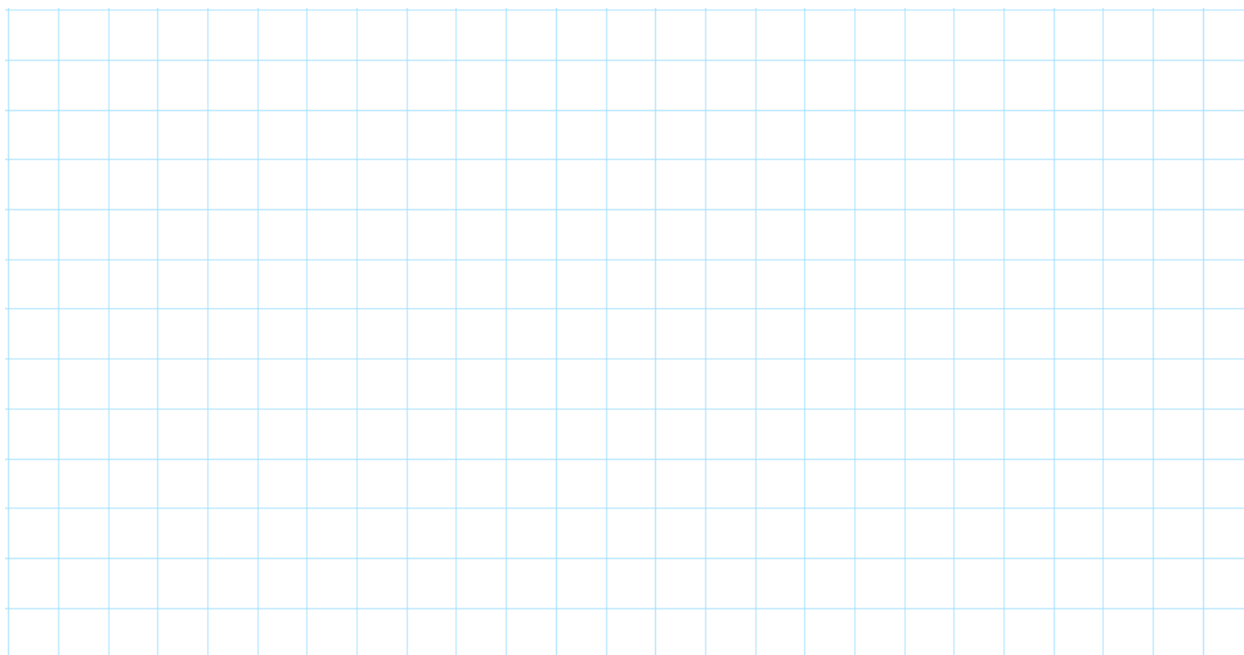




(2p) a) Arătați că diagonala  $AC$  are lungimea de  $8\sqrt{3}$  cm.

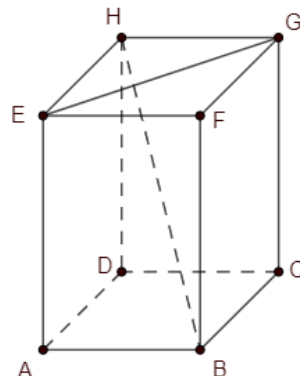


(3p) b) Dacă  $FB \cap AD = \{G\}$ , calculați măsura unghiului  $\sphericalangle FGA$ .



5p

6. În figura alăturată este reprezentată prisma patrulateră regulată  $ABCDEFGH$ . Dimensiunile prismei  $AB$  și  $CG$  sunt invers proporționale cu numerele 9 și 6, iar perimetrul feței  $BCGF$  este de 20 cm.



**(2p) a)** Calculați volumul prisme.

**(3p) b)** Calculați măsura unghiului determinat de dreptele  $EG$  și  $BH$ .

## EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2023-2024

Probă scrisă

Matematică

### BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

#### SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

#### SUBIECTUL al III-lea:

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

#### SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

#### SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $179 : 4 = 44 \text{ rest } 3$ , $179 : 5 = 35 \text{ rest } 4$ $179 : 6 = 29 \text{ rest } 5$ , deci e posibil ca Ioana să aibă în florărie 179 de trandafiri.	1p 1p
	b) $n = 4a + 3$ , $n = 5a + 4$ , $n = 6a + 5$ , unde $n$ reprezintă numărul de trandafiri, iar $a$ , $b$ și $c$ sunt numere naturale nenule. $n - 1$ este un multiplu comun al numerelor 4, 5 și 6, deci $n = 60k + 1$ , unde $k$ este număr natural nenul. Cum $n$ este cel mai mic număr natural de trei cifre cu proprietățile din enunț, obținem că $n = 119$ .	1p 1p 1p
	2.	
2.	a) $E(x) = \left( \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} - \frac{12}{9-x^2} \right) : \frac{x+1}{x-3}$ $= \left( \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} + \frac{12}{x^2-9} \right) \cdot \frac{x-3}{x+1}$ $= \frac{2x+6+2x-6x+12}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x-3}{x+1}$ $= \frac{4}{x+1}$ , oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 3\}$ .	1p 1p
	b) $E(n) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{n+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+1 \in \{1, 2, 4, -1, -2, -4\}$ $\Leftrightarrow n \in \{0, 1, 3, -2, -3, -5\}$ . Dar, $n \neq 3$ și $n \neq -3$ , deci $n \in \{0, 1, -2, -5\}$ .	1p 1p 1p
	3.	
3.	a) $G_f \cap G_g = \{P\} \Rightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow x - 6 = -x + 8 \Leftrightarrow x = 7$ $f(7) = 7 - 6 = 1 \Rightarrow P(7, 1)$ .	1p 1p
	b) $G_f \cap O_x = \{(6, 0)\}$ , deci $A(6, 0) \in G_f$ , $G_f \cap O_y = \{(0, -6)\}$ , deci $B(0, -6) \in G_f$ . $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 6\sqrt{2}$ ( $u$ ), conform coordonatelor mijlocului unui segment, $M(3, -3)$ , iar $MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2} = 4\sqrt{2}$ ( $u$ ). Triunghiul $AOB$ este dreptunghic și isoscel, deci mediana $OM$ este și înălțime, așadar triunghiul $PMO$ este dreptunghic în $M$ , iar $OM = 3\sqrt{2}$ ( $u$ ). $\text{tg } \sphericalangle OPM = \frac{OM}{OM} = \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$ .	1p 1p 1p
	4.	
4.	a) Cum $D$ – mijlocul segmentului $AB$ și $E$ – mijlocul segmentului $BC$ , obținem că $[DE]$ este linie mijlocie în triunghiul $ABC$ , deci $DE = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$ .	1p 1p

	<p><b>b)</b> Cum <math>DE \parallel AC</math>, aplicând Teorema fundamentală a asemănării, obținem că <math>\triangle DBE \sim \triangle ABC</math>, iar de aici <math>A_{DBE} = \frac{A_{ABC}}{4}</math>.</p> <p>Cum <math>\sphericalangle ADF \equiv \sphericalangle ACB</math> și <math>\sphericalangle FAD \equiv \sphericalangle BAC</math>, conform criteriului de asemănare U. U., obținem că <math>\triangle AFD \sim \triangle ABC</math>, iar de aici <math>A_{AFD} = \frac{A_{ABC}}{9}</math>.</p> <p>De aici, <math>\frac{A_{AFD}}{A_{DBE}} = \frac{9}{4} = 2,25</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> <math>AB \equiv BC</math>, deci triunghiul <math>ABC</math> este isoscel, iar de aici <math>\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle BCA = 30^\circ</math>.</p> <p><math>BM</math> este mediană și înălțime în triunghiul <math>ABC</math>, unde <math>M</math> este mijlocul laturii <math>AC</math>, iar de aici, folosind cosinusul unghiului de <math>30^\circ</math>, obținem <math>AM = 4\sqrt{3}</math> cm, deci <math>AC = 8\sqrt{3}</math> cm.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> Cum <math>\sphericalangle ABC = 120^\circ</math> și <math>\sphericalangle CBF = 90^\circ</math>, obținem că <math>\sphericalangle ABF = 150^\circ</math>, iar pentru că triunghiul <math>ABF</math> este isoscel, obținem că <math>\sphericalangle BFA \equiv \sphericalangle BAF = 15^\circ</math>.</p> <p><math>\sphericalangle GAF = \sphericalangle GAB + \sphericalangle BAF = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ</math>.</p> <p>Așadar, măsura unghiului <math>\sphericalangle FGA = 60^\circ</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> <math>\{AB, CG\}</math> i. p. <math>\{9, 6\}</math>, deci <math>9 \cdot AB = 6 \cdot CG</math>, adică <math>3 \cdot AB = 2 \cdot CG</math>. Cum perimetrul dreptunghiului <math>BCGF</math> este de 20 cm, obținem că <math>AB = 4</math> cm, iar <math>CG = 6</math> cm. Volumul prisme este egal cu <math>A_b \cdot h = 16 \cdot 6 = 96</math> cm<sup>3</sup>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> Considerăm <math>M</math> – mijlocul muchiei <math>AE</math> și <math>N</math> – mijlocul muchiei <math>CG</math>. Cum <math>EG \parallel MN</math>, obținem că <math>\sphericalangle(EG, BH) = \sphericalangle(MN, BH)</math>.</p> <p><math>MB = BN = NH = HM = 5</math> cm, deci <math>MBNH</math> este romb, deci <math>\sphericalangle(MN, BH) = 90^\circ</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>