Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\left(0,2+\frac{3}{10}\right)\cdot 10=5$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=7$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+2x+4}=2$.
5p	**4.** După o scumpire cu 50%, prețul unui obiect este de 225 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(5,0)$ și $C(5,5)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=3$ și $BC=5$. Arătați că $\operatorname{tg} B=\frac{4}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1&0\\0&2^x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=4$.
5p	**b)** Arătați că $A(3)+2A(1)=3A(2)$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x^2)=I_2$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-x-y+2$.
5p	**a)** Arătați că $2\circ 3=3$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 4=x+6$.
5p	**c)** Arătați că $(x-2)\circ(x+2)\geq -3$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x^2-3}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{e^x\left(x^2-2x-3\right)}{\left(x^2-3\right)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{xf(x)}{e^x}=0$.
5p	**c)** Demonstrați că $\frac{e^{x-3}}{x^2-3}\geq\frac{1}{6}$, pentru orice $x\in(2,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^4 \left(f(x)-\ln x\right)dx=6$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)-x}{x}dx=\frac{1}{2}$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $\int_1^n f(x)dx=2+3\ln n$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(0,2+\frac{3}{10}\right)\cdot 10=\left(0,2+0,3\right)\cdot 10=$	**3p**
	$=0,5\cdot 10=5$	**2p**
2.	$f(a)=2a+3$	**2p**
	$2a+3=7$, de unde obținem $a=2$	**3p**
3.	$x^2+2x+4=4\Rightarrow x(x+2)=0$	**3p**
	$x=0$ sau $x=-2$, care convin	**2p**
4.	$x+\frac{50}{100}\cdot x=225$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=150$ de lei	**2p**
5.	$AB=5$	**2p**
	$BC=5$, deci triunghiul ABC este isoscel	**3p**
6.	$AC=4$	**3p**
	$\operatorname{tg} B=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(2)\right)=\begin{vmatrix}1&0\\0&4\end{vmatrix}=4\cdot 1-0\cdot 0=$	**3p**
	$=4-0=4$	**2p**
b)	$A(3)+2A(1)=\begin{pmatrix}1&0\\0&8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0\\0&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0\\0&12\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}=3A(2)$	**2p**
c)	$A(x)\cdot A\left(x^2\right)=\begin{pmatrix}1&0\\0&2^x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&2^{x^2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&2^{x+x^2}\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\begin{pmatrix}1&0\\0&2^{x+x^2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\Leftrightarrow 2^{x+x^2}=1$, de unde obținem $x=0$ sau $x=-1$	**3p**
2.a)	$2\circ 3=2\cdot 3-2-3+2=$	**3p**
	$=6-2-3+2=3$	**2p**
b)	$x\circ 4=x\cdot 4-x-4+2=3x-2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$3x-2=x+6$, de unde obținem $x=4$	**2p**

c)	$(x-2)\circ(x+2)=x^2-2x-2=$	**2p**
	$=(x-1)^2-3\geq -3$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{e^x\left(x^2-3\right)-e^x\cdot 2x}{\left(x^2-3\right)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{e^x\left(x^2-2x-3\right)}{\left(x^2-3\right)^2}$, $x\in(2,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xf(x)}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\cdot\dfrac{e^x}{x^2-3}}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2\left(1-\dfrac{3}{x^2}\right)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x\left(1-\dfrac{3}{x^2}\right)}=0$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$; $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(2,3]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(2,3]$; $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[3,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3,+\infty)$	**3p**
	$f(3)=\dfrac{e^3}{6}$, deci $f(x)\geq\dfrac{e^3}{6}$, pentru orice $x\in(2,+\infty)$, de unde obținem $\dfrac{e^{x-3}}{x^2-3}\geq\dfrac{1}{6}$, pentru orice $x\in(2,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_2^4\left(f(x)-\ln x\right)dx=\int_2^4\left(x+\ln x-\ln x\right)dx=\int_2^4 x\,dx=\left.\dfrac{x^2}{2}\right\|_2^4=$	**3p**
	$=\dfrac{16}{2}-\dfrac{4}{2}=6$	**2p**
b)	$\int_1^e\dfrac{f(x)-x}{x}dx=\int_1^e\dfrac{x+\ln x-x}{x}dx=\int_1^e\dfrac{\ln x}{x}dx=\int_1^e\ln x\cdot(\ln x)'dx=\left.\dfrac{(\ln x)^2}{2}\right\|_1^e=$	**3p**
	$=\dfrac{(\ln e)^2}{2}-\dfrac{(\ln 1)^2}{2}=\dfrac{1}{2}$	**2p**
c)	$\int_1^n f(x)dx=\int_1^n\left(x+\ln x\right)dx=\int_1^n\left(x+x'\ln x\right)dx=\left.\left(\dfrac{x^2}{2}+x\ln x-x\right)\right\|_1^n=\dfrac{n^2-2n+1}{2}+n\ln n$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
	$\dfrac{(n-1)^2}{2}+n\ln n=2+3\ln n\Leftrightarrow(n-3)(n+1+2\ln n)=0$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=3$	**2p**