

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = 6$ și $a_2 = 8$. Calculați a_3 .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 9$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m, 3)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x = 2^{3x-2}$.
- 5p** 4. La o competiție sportivă 40% dintre concurenți sunt fete. Determinați numărul total de concurenți, știind că la competiție au participat 80 de fete.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 1)$, $B(1, 3)$ și $C(a, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care segmentele AB și OC au același mijloc.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 8\sqrt{3}$ și $BC = 16$. Demonstrați că triunghiul AMC este echilateral, unde punctul M este mijlocul segmentului BC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3(xy - 2x - 2y) + 14$.

- 5p** 1. Arătați că $3 \circ 3 = 1 \circ 1$.
- 5p** 2. Demonstrați că $x \circ 2 = 2$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Arătați că $e = \frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 5$.
- 5p** 5. Arătați că $x \circ y \geq 2$, pentru orice numere reale $x \geq 2$ și $y \geq 2$.
- 5p** 6. Demonstrați că, dacă m și n sunt numere naturale nenule și $m \circ n = 8$, atunci $m + n = 7$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A = A$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(X(a)) = 2a^2$.
- 5p** 4. Demonstrați că $A \cdot X(a) = (a+1)A$, pentru orice număr real a .
- 5p** 5. Demonstrați că $X(m) \cdot X(n) = X(m+n+mn)$, pentru orice numere reale m și n .
- 5p** 6. Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte pentru care $X(a) \cdot X(a) = X(b) \cdot X(b)$, atunci $a + b + 2 = 0$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$r = a_2 - a_1 = 2$ $a_3 = 10$	2p 3p
2.	$f(m) = 3 \Leftrightarrow 4m - 9 = 3$ $m = 3$	3p 2p
3.	$2^{2x} = 2^{3x-2} \Rightarrow 2x = 3x - 2$ $x = 2$	3p 2p
4.	$\frac{40}{100} \cdot x = 80$, unde x este numărul total de concurenți $x = 200$ de concurenți	3p 2p
5.	$M(2, 2)$ este mijlocul segmentului AB M este mijlocul segmentului $OC \Rightarrow \frac{0+a}{2} = 2$, de unde obținem $a = 4$	2p 3p
6.	$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 8$ $CM = 8$, $AM = 8$, deci triunghiul AMC este echilateral	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$3 \circ 3 = 3(3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3) + 14 = 5$ $1 \circ 1 = 3(1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1) + 14 = 5 \Rightarrow 3 \circ 3 = 1 \circ 1$	2p 3p
2.	$x \circ 2 = 3(x \cdot 2 - 2 \cdot x - 2 \cdot 2) + 14 =$ $= -12 + 14 = 2$, pentru orice număr real x	3p 2p
3.	$x \circ \frac{7}{3} = 3\left(x \cdot \frac{7}{3} - 2x - 2 \cdot \frac{7}{3}\right) + 14 = 7x - 6x - 14 + 14 = x$, pentru orice număr real x $\frac{7}{3} \circ x = 3\left(\frac{7}{3} \cdot x - 2 \cdot \frac{7}{3} - 2x\right) + 14 = 7x - 14 - 6x + 14 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = \frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”	2p 3p
4.	$x \circ x = 3x^2 - 12x + 14$, pentru orice număr real x $3x^2 - 12x + 14 = 5$, deci $x^2 - 4x + 3 = 0$, de unde obținem $x = 1$ sau $x = 3$	2p 3p
5.	$x \geq 2$ și $y \geq 2 \Rightarrow x - 2 \geq 0$ și $y - 2 \geq 0$, deci $(x - 2)(y - 2) \geq 0$ $x \circ y = 3(x - 2)(y - 2) + 2 \Rightarrow x \circ y \geq 2$, pentru orice numere reale $x \geq 2$ și $y \geq 2$	2p 3p
6.	$m \circ n = 8 \Leftrightarrow 3(m - 2)(n - 2) + 2 = 8$ $(m - 2)(n - 2) = 2$ și, cum m și n sunt numere naturale nenule, obținem $m = 4$ și $n = 3$ sau $m = 3$ și $n = 4$, deci $m + n = 7$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) - 6 \cdot (-1) =$ $= -6 + 6 = 0$	3p 2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 + 6 \cdot (-1) & 3 \cdot 6 + 6 \cdot (-2) \\ -1 \cdot 3 + (-2) \cdot (-1) & -1 \cdot 6 + (-2) \cdot (-2) \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = A$	3p 2p
3.	$X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & 6a \\ -a & 1-2a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(X(a)) = 1+a$ $1+a = 2a^2, \text{ de unde obținem } a = -\frac{1}{2} \text{ sau } a = 1$	3p 2p
4.	$A \cdot X(a) = A \cdot (I_2 + aA) = A \cdot I_2 + a \cdot A \cdot A = A + aA =$ $= (a+1)A, \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
5.	$X(m) \cdot X(n) = (I_2 + mA)(I_2 + nA) = I_2 + mA + nA + mnA =$ $= I_2 + (m+n+mn)A = X(m+n+mn), \text{ pentru orice numere reale } m \text{ și } n$	3p 2p
6.	$X(2a+a^2) = X(2b+b^2) \Leftrightarrow 2a+a^2 = 2b+b^2$ $(a-b)(a+b+2) = 0 \text{ și, cum } a \text{ și } b \text{ sunt numere reale distincte, obținem } a+b+2 = 0$	2p 3p