



Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Model ianuarie 2024

Filiera vocațională, profilul pedagogic specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1) Arătați că $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) = 3$.
- 5p 2) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -9x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 6$.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(-x^2 + 5x) = \log_2 6$.
- 5p 4) Un produs costă 2000 de lei. Determinați prețul acestuia după o reducere de preț cu 25%, urmată de o creștere de preț cu 25%.
- 5p 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(3, 1)$, $C(-2, -3)$. Determinați coordonatele punctului D , știind că $ABCD$ este paralelogram.
- 5p 6) Triunghiul dreptunghic ABC are catetele $AB = 4$ și $AC = 5$. Calculați aria triunghiului AMB , dacă punctul M este mijlocul laturii BC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy + 2x + 2y - 1$.

- 5p 1. Arătați că $(1 + \sqrt{2}) \circ (1 - \sqrt{2})$ este număr natural.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p 3. Demonstrați că $x \circ y = 2(x+1)(y+1) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numărul real a , știind că $x \circ a = a$ pentru orice număr real x .
- 5p 5. Calculați $(-3) \circ (-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2$.
- 5p 6. Determinați numărul de elemente al mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \circ x \leq 5\}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

Se consideră matricele $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

- 5p 1. Arătați că $\det A(2, 2023) = 2$.
- 5p 2. Calculați $A(2, 2) \cdot A(1, 1)$.
- 5p 3. Arătați că $\det(A(x, y) + A(y, x)) = 2x + 2y$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numerele naturale m și n , $n < m$, pentru care are loc relația $A(m, n) \cdot A(m, n) \cdot A(m, n) = A(m, n)$.
- 5p 5. Determinați numărul real x pentru care $\det(A(x, y) + I_2) = 3x$.
- 5p 6. Demonstrați că, pentru orice număr natural n , suma elementelor matricei $A(n, n + 2023)$ este număr natural par.

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

 Matematică *M_{pedagogic}*

Model ianuarie 2024

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera vocațională, profilul pedagogic specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} =$ $= \frac{6}{2} = 3$	3p 2p
2.	Abscisa punctului de intersecție este soluția ecuației $f(x) = g(x)$ $-9x + 1 = x + 6 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{11}{2}$, deci $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$ este punctul căutat	2p 3p
3.	$-x^2 + 5x = 6 \Leftrightarrow$ $x = 2$, $x = 3$ care convin	2p 3p
4.	$2000 - \frac{25}{100} \cdot 2000 = 1500$ lei este prețul după reducerea cu 25% $1500 + \frac{25}{100} \cdot 1500 = 1500 + 375 = 1875$ lei este prețul după scumpirea cu 25%	2p 3p
5.	$ABCD$ este paralelogram \Leftrightarrow diagonalele AC și BD au același mijloc $x_A + x_C = x_B + x_D$ și $y_A + y_C = y_B + y_D$ $D(-4, -1)$	2p 2p 1p
6.	Cum AM este mediană, $A_{AMB} = \frac{1}{2} A_{ABC}$ $A_{AMB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB \cdot AC}{2} = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.	$(1 + \sqrt{2}) \circ (1 - \sqrt{2}) = 2(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + 2(1 + \sqrt{2}) + 2(1 - \sqrt{2}) - 1 =$ $= 1$, care este număr natural	3p 2p
2.	$x \circ y = 2xy + 2x + 2y - 1 = 2yx + 2y + 2x - 1 =$ $= y \circ x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.	3p 2p
3.	$x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 2 - 3 = 2x(y + 1) + 2(y + 1) - 3 =$ $= 2(x + 1)(y + 1) - 3$, pentru orice numere reale x și y .	2p 3p

4.	$2(x+1)(a+1)-1=a \Leftrightarrow (a+1)(2x+1)=0 \Leftrightarrow$ $a = -1$, pentru orice număr real x .	3p 2p
5.	Conform punctului 4. avem că $(-3) \circ (-2) \circ (-1) = -1$ Cum legea este comutativă, $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 = -1$	3p 2p
6.	$x \circ x \leq 5 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 - 3 \leq 5 \Leftrightarrow x+1 \leq 2$ Cum $x \in Z$, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, deci are cinci elemente.	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.	$\det A(2, 2023) = \begin{vmatrix} 2 & 2023 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 2 \cdot 1 - 2023 \cdot 0 = 2$	2p 3p
2.	$A(2, 2) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A(1, 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A(2, 2) \cdot A(1, 1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p
3.	$A(x, y) + A(y, x) = \begin{pmatrix} x+y & x+y \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(A(x, y) + A(y, x)) = 2 \cdot (x+y) - 0 \cdot (x+y) = 2x + 2y$	3p 2p
4.	$A(m, n) \cdot A(m, n) \cdot A(m, n) = \begin{pmatrix} m^3 & m^2n + mn + n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} m^3 & m^2n + mn + n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow m^3 = m$ și $m^2n + mn + n = n \Leftrightarrow$ $m = 1$, $n = 0$ care convin.	3p 2p
5.	$\det(A(x, y) + I_2) = \begin{vmatrix} x+1 & y \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2x + 2$ $2x + 2 = 3x \Leftrightarrow x = 2$	3p 2p
6.	$A(n, n + 2023) = \begin{pmatrix} n & n + 2023 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ Suma elementelor matricei este $2n + 2024 = 2(n + 1012)$ care este număr par pentru orice număr natural n .	2p 3p