Simulare, Bacalaureat, ianuarie 2024
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învațător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{7}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)=7$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-5x-6$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m,m)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\lg x=\lg(5x-4)$.

5p **4.** Prețul unui obiect este 500 de lei. Determinați prețul obiectului după două scumpiri succesive, cu 20%, respectiv cu 15%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-8,4)$, $B(6,7)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că dreptele AO și BC sunt paralele.

5p **6.** Arătați că $\cos 60^\circ\cdot\left(5\sin 30^\circ-\sin 150^\circ\right)=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=6x+6y-3xy-10$.

5p **1.** Arătați că $1*2=2$.

5p **2.** Arătați că $x*y=2-3(x-2)(y-2)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $e=\frac{5}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $2^{x^2}*2^{x^2}*2^{x^2}=2$.

5p **5.** Calculați $(-2024)*(-2023)*\ldots*2023*2024$.

5p **6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ 1 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=-3$.

5p **2.** Arătați că $A+M(6)=4\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **3.** Arătați că $\det(M(x))=(x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinați numerele întregi a pentru care $\det(A+M(2))=9-a^2$.

5p **5.** Determinați numărul real x, știind că $M(x)\cdot M(x)=4I_2$.

5p **6.** Determinați numărul natural n pentru care $M(n)+M(n+1)+M(n+2)=3M(2024)$.

Simulare, Bacalaureat, ianuarie 2024
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățator-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{7}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)=\sqrt{7}\cdot\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=$ $=\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}=7$	**3p** **2p**
2.	$f(m)=-5m-6$ $f(m)=m\Leftrightarrow -5m-6=m\Leftrightarrow m=-1$	**2p** **3p**
3.	$2\lg x=\lg(5x-4)\Leftrightarrow \lg x^2=\lg(5x-4)\Leftrightarrow x^2-5x+4=0$ $x_1=4,\ \ x_2=1$, care convin	**3p** **2p**
4.	După prima scumpire, prețul produsului este $500+\frac{20}{100}\cdot 500=600$ de lei După a doua scumpire, prețul produsului este $600+\frac{15}{100}\cdot 600=690$ de lei	**3p** **2p**
5.	$m_{AO}=-\frac{1}{2}, m_{BC}=\frac{7-a}{6}$ $m_{AO}=m_{BC}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}=\frac{7-a}{6}$, de unde obținem $a=10$	**2p** **3p**
6.	$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}, \sin 30^\circ=\frac{1}{2}, \sin 150^\circ=\frac{1}{2}$ $\cos 60^\circ\cdot\left(5\sin 30^\circ-\sin 150^\circ\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(5\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot 2=1$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*2=6\cdot 1+6\cdot 2-3\cdot 1\cdot 2-10=$ $=12-10=2$	**3p** **2p**
2.	$x*y=2-3xy+6x+6y-12=2-3(xy-2x-2y+4)=$ $=2-3\left(x(y-2)-2(y-2)\right)=2-3(x-2)(y-2)$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
3.	$x*\frac{5}{3}=2-3(x-2)\left(\frac{5}{3}-2\right)=2-3\cdot(x-2)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=2+x-2=x$, pentru orice număr real x $\frac{5}{3}*x=2-3\left(\frac{5}{3}-2\right)(x-2)=2-3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)(x-2)=2+x-2=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{5}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție ,,$*$”	**2p** **3p**

4.	$2^{x^2} * 2^{x^2} = 2-3\left(2^{x^2}-2\right)\left(2^{x^2}-2\right) = 2-3\left(2^{x^2}-2\right)^2$, $2^{x^2} * 2^{x^2} * 2^{x^2} = 2+9\left(2^{x^2}-2\right)^3$ unde x este număr real,	**2p**
	$\left(2^{x^2}-2\right)^3 = 0 \Rightarrow 2^{x^2} = 2$, de unde obținem $x=1$ sau $x=-1$.	**3p**
5.	$x*2=2$, $2*y=2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$(-2024)*(-2023)*\ldots*2023*2024 = \left((-2024)*(-2023)*\ldots*0*1\right)*2*3*\ldots*2024 =$ $= 2*(3*\ldots*2024) = 2$	**3p**
6.	$p*q \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3(p-2)(q-2) \in \mathbb{Z}$, de exemplu $p-2=\frac{3}{2}$, $q-2=\frac{2}{3}$	**2p**
	$p=\frac{7}{2} \in Q \setminus \mathbb{Z}$, $q=\frac{8}{3} \in Q \setminus \mathbb{Z}$ și $p*q=-1$, care este număr întreg.	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -2\cdot 0 - 1\cdot 3 =$	**3p**
	$= 0-3 = -3$	**2p**
2.	$M(6) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, deci $A+M(6) = \begin{pmatrix} -2+6 & 1+3 \\ 3+1 & 0+4 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	**2p**
3.	$\det(M(x)) = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 1 & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2)-3 =$	**3p**
	$= x^2-2x-3 = (x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$A+M(2) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A+M(2)) = -16$	**3p**
	$9-a^2=-16 \Leftrightarrow a^2=25$, de unde obținem $a=-5$ și $a=5$	**2p**
5.	$M(x)\cdot M(x) = \begin{pmatrix} x^2+3 & 6x-6 \\ 2x-2 & x^2-4x+7 \end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix} x^2+3 & 6x-6 \\ 2x-2 & x^2-4x+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x=1$, care convine.	**3p**
6.	$M(n)+M(n+1)+M(n+2) = \begin{pmatrix} 3n+3 & 9 \\ 3 & 3n-3 \end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix} 3n+3 & 9 \\ 3 & 3n-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 2024 & 9 \\ 3 & 3\cdot 2022 \end{pmatrix}$, deci $n=2023$, care convine	**2p**