Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2023
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+2\left(1-\sqrt{3}\right)=4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$. Determinați numărul real *a* pentru care $f(0)f(a)+f(3)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\log_8(7x+8)=2$.

5p **4.** Pentru cinci caiete de același tip și un bloc de desen s-au plătit 27 de lei. Știind că prețul unui caiet este 25% din prețul blocului de desen, determinați prețul blocului de desen.

5p **5.** În reperul xOy se consideră punctele A(-2,2), B(2,5) și C(5,1).Demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu AB=17, AC=10 și înălțimea AD=8, unde D∈BC. Determinați lungimea laturii BC a triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă
$x*y=-3xy+6x+6y-10$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **1.** Arătați că $2*3=2$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=-3(x-2)(y-2)+2$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$

5p **3.** Demonstrați că $e=\frac{5}{3}$ este elementul neutru pentru legea de compoziție $*$.

5p **4.** Determinați numerele naturale *n* pentru care numărul $N=5*n$ este natural.

5p **5.** Calculați $(-10)*(-9)*\ldots*9*10$.

5p **6.** Determinați numerele reale nenule *x*, pentru care $(x^2+2)*\frac{1}{x}=5$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ -a & 0\end{pmatrix}$, $a\in R$.

5p **1.** Arătați că $detA=-4$.

5p **2.** Demonstrați că $B(-6)+3B(2)=4B(0)$.

5p **3.** Arătați că $B(2)\cdot B(-2)-A=4I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **4.** Demonstrați că $det(B(2a)+aA)=0$.

5p **5.** Determinați matricea $X\in M_2(R)$ cu proprietatea că $B(1)\cdot X=A$.

5p **6.** Aflați perechile *(m,n)* de numere întregi cu m≤n, pentru care $det[B(m)\cdot B(n)+mnI_2]=4$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2023
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})+2(1-\sqrt{3})=\sqrt{12}+2+2-2\sqrt{3}=$ $=2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}=4$.	**3p** **2p**
5p	**2.** f(0)=-1, f(3)=11, $f(a)=4a-1$ $-1(4a-1)+11=0\Rightarrow -4a+1+11=0\Rightarrow a=3$.	**2p** **3p**
5p	**3.** $7x+8>0\Rightarrow x>-\frac{8}{7}$ $7x+8=8^2\Rightarrow x=8>-\frac{8}{7}$.	**2p** **3p**
5p	**4.** $5x+y=27$, $x=\frac{25}{100}y\Rightarrow 5\cdot\frac{25}{100}y+y=27$ $\frac{5}{4}y+y=27\Rightarrow y=12$.	**3p** **2p**
5p	**5.** $AB=5\,,BC=5\Rightarrow \Delta ABC$ este isoscel $AC=\sqrt{50}\Rightarrow AC^2=AB^2+BC^2\Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic.	**2p** **3p**
5p	**6.** ΔABD dreptunghic $\Rightarrow BD=15$ ΔACD dreptunghic $\Rightarrow CD=6\ \Rightarrow BC=21$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** $2*3=12+18-18-10=$ $=12-10=2$	**3p** **2p**
5p	**2.** $x*y=-3xy+6x+6y-12+2=-3x(y-2)+6(y-2)+2=$ $=(y-2)(-3x+6)+2=-3(x-2)(y-2)+2$	**3p** **2p**
5p	**3.** $x*\frac{5}{3}=-3(x-2)\left(\frac{5}{3}-2\right)+2=-3(x-2)\left(-\frac{1}{3}\right)+2=x-2+2=x$ $\frac{5}{3}*x=-3\left(\frac{5}{3}-2\right)(x-2)+2=x\Rightarrow e=\frac{5}{3}$.	**2p** **3p**
5p	**4.** $N=5*x=20-9n$ număr natural $20-9n\geq 0\Rightarrow n\leq\frac{20}{9}\Rightarrow n\in\{0,1,2\}$	**2p** **3p**
5p	**5.** $a*2=2$ și $2*b=2,\forall a,b\in R$ $\underbrace{(-10)*(-9)*\ldots*1}_{a}*2*\underbrace{3*\ldots*10}_{b}=a*2*b=2*b=b*2=2$.	**2p** **3p**
5p	**6.** $(x^2+2)*\frac{1}{x}=-3(x^2+2-2)\left(\frac{1}{x}-2\right)+2=6x^2-3x+2$ $6x^2-3x+2=5\Rightarrow 6x^2-3x-3=0\Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}$ și $x_2=1$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** $detA=\begin{vmatrix}1 & -2\\ -2 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-(-2)(-2)=$ $0-4=-4$.	**3p** **2p**
5p	**2.** $B(-6)=\begin{pmatrix}1 & -6\\ 6 & 0\end{pmatrix},B(2)=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B(-6)+3B(2)=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=$ $=4\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=4B(0)$.	**3p** **2p**
5p	**3.** $B(-2)=\begin{pmatrix}1 & -2\\ +2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B(2)\cdot B(-2)-A=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -2 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=4I_2$.	**3p** **2p**
5p	**4.** $B(2a)=\begin{pmatrix}1 & 2a\\ -2a & 0\end{pmatrix},B(2a)+aA=\begin{pmatrix}1+a & 0\\ -4a & 0\end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix}1+a & 0\\ -4a & 0\end{vmatrix}=(1+a)\cdot 0+0(-4a)=0$.	**3p** **2p**

5p	**5.** $B(1)\cdot X=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x+z & y+t\\ -x & -y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow x=2, y=0, z=-1, t=-2\Rightarrow X=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & -2\end{pmatrix}$	**2p** **3p**
5p	**6.** $B(m)\cdot B(n)=\begin{pmatrix}1-mn & n\\ -m & -mn\end{pmatrix}\Rightarrow B(m)\cdot B(n)+mnI_2=\begin{pmatrix}1 & n\\ -m & 0\end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix}1 & n\\ -m & 0\end{vmatrix}=mn=4, m\le n, m\in Z, n\in Z\Rightarrow(-4,-1),(-2,-2),(1,4),(2,2).$	**2p** **3p**