INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV — MINISTERUL EDUCAȚIEI

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
MatematicăM_mate-info, noiembrie 2023
Clasa a XII-a Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I (30 puncte)

5p 1. Calculați termenul b_4 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=\sqrt{3}$ și $b_2=9$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției f este situat pe dreapta $y=x$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2}=4\cdot 2^x$.

5p 4. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi A, știind că mulțimea A are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.

5p 5. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=12$, $AC=16$ și $m(A)=90^o$. Calculați lungimea vectorului $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

5p 6. Aflați numerele reale $x\in[0;\pi]$ pentru care $\sin 2x=\sin x$.

Subiectul al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & a+2 & a+3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, unde\ a\in\mathbb{R}.$

5p a) Arătați că $det(A(3))=8$.

5p b) Determinați numărul real a pentru care matricea A(a) este inversabilă.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(1)=A(1)\cdot A(a)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x^2y^2-3x^2-3y^2+12$.

5p a) Arătați că $\sqrt{3}\circ\sqrt{5}=3$

5p b) Arătați că $x\circ y=(x^2-3)(y^2-3)+3$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p c) Determinați perechile (m,n) de numere întregi pentru care $m\circ n=4$.

Subiectul al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\backslash\{2\}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+x}{x-2}$

5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p c) Arătați că graficul funcției f admite 2 puncte de extrem $x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$ și calculați $f(x_1)+f(x_2)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-2}{x}, \text{dacă } x<1 \\ 2lnx-1, \text{dacă } x\geq 1 \end{cases}$.

5p a) Calculați $\int\frac{x^2-2}{x}dx$, $x\in(0,1)$

5p b) Demonstrați că funcția f admite primitive.

5p c) Determinați o primitivă F a funcției f pe intervalul $(0,+\infty)$.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV | MINISTERUL EDUCAȚIEI

Examenul de bacalaureat naţional 2023
Proba E. c)
Matematică M_mate-info
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE simulare noiembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică
• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I *(30 puncte)*

1.	$q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{9}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$ $\Rightarrow b_4=b_2\cdot q^2=9\cdot\left(3\sqrt{3}\right)^2=243$	***3p*** ***2p***
2.	$x_v=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2}=1$ $y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{4-4m}{4}=-1+m$ $x_v=y_v\Leftrightarrow m=2$	***3p*** ***2p***
3.	$2^{x^2}=4\cdot 2^x\Leftrightarrow 2^{x^2}=2^{x+2}$ $x^2=x+2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow x_1=2$ și $x_2=-1$	***2p*** ***3p***
4.	$C_n^0+C_n^1+C_n^2=16$ $1+n+\frac{n(n-1)}{2}=16\Leftrightarrow n=5$	***2p*** ***3p***
5.	$\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ unde $ABDC$ este paralelogram. Cum $m\left(\sphericalangle A\right)=90^o\Rightarrow ABDC$ este dreptunghi $\Rightarrow AD=BC=20$	***2p*** ***3p***
6.	$2\cdot\sin x\cdot\cos x=\sin x\Leftrightarrow\sin x\left(2\cos x-1\right)=0\Leftrightarrow\sin x=0$ sau $\cos x=\frac{1}{2}$. Cum $x\in\left[0;\pi\right]$ obținem $x=0, x=\pi$ și $x=\frac{\pi}{3}$	***3p*** ***2p***

Subiectul al II-lea *(30 puncte)*

1a	$A(3)=\begin{pmatrix}3&5&6\\1&3&4\\1&1&3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(3))=\begin{vmatrix}3&5&6\\1&3&4\\1&1&3\end{vmatrix}$ $=27+6+20-18-12-15=8.$	**2p** **3p**
1b	$\det(A(a))=2(a-1)^2$, pentru orice număr real a Matricea A(a) este inversabilă$\Leftrightarrow \det(A(a))\neq 0 \Leftrightarrow a\neq 1$, deci $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.	**2p** **3p**
1c	$A(a)\cdot A(1)=\begin{pmatrix}3a+5&7a+9&9a+11\\8&16&20\\a+2&a+6&a+8\end{pmatrix}$ $A(1)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a+7&a+15&5a+15\\a+7&a+15&5a+15\\a+2&a+6&2a+7\end{pmatrix}$ Din $A(a)\cdot A(1)=A(1)\cdot A(a)$ se obține a=1.	**2p** **3p**
2a	$\sqrt{3}\circ\sqrt{5}=\sqrt{3}^2\cdot\sqrt{5}^2-3\cdot\sqrt{3}^2-3\cdot\sqrt{5}^2+12$ $=15-9-15+12=3.$	**2p** **3p**
2b	$x\circ y=x^2y^2-3x^2-3y^2+9+3$ $=x^2(y^2-3)-3(y^2-3)+3=(x^2-3)(y^2-3)+3$ pentru orice numere reale x și y.	**2p** **3p**
2c	$m\circ n=4\Leftrightarrow(m^2-3)(n^2-3)+3=4\Leftrightarrow(m^2-3)(n^2-3)=1$ *m și n sunt numere întregi*, $m^2-3=n^2-3=-1$ sau $m^2-3=n^2-3=1$ *deci* $m^2=n^2=2$ sau $m^2=n^2=4$, *de unde se obțin perechile de numere întregi* $(-2,-2),(-2,2),(2,-2),(2,2)$.	**2p** **3p**

Subiectul al III-lea ***(30 puncte)***

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(2x+1)\cdot(x-2)-(x^2+x)\cdot 1}{(x-2)^2}$ $f'(x)=\dfrac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}.$	*3p* *2p*
1.b)	$m=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{x^2+x}{x-2}}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x}{x(x-2)}=1$	*2p*

	$n = \lim_{x\to-\infty}(f(x) - mx) = \lim_{x\to-\infty}(\frac{x^2+x}{x-2} - x) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x}{x-2}\right) = 3$ Dreapta de ecuație $y = x + 3$ asimptota oblică spre $-\infty$	***2p*** ***1p***
1.c)	$f'(x) = \frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$. Ecuația $f'(x) = 0$ $are\ 2\ soluții$ $.x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{6}$. $f(x_1) + f(x_2) = 10$	***2p*** ***3p***
2.a)	$\int \frac{x^2-2}{x}dx = \int \left(\frac{x^2}{x} - \frac{2}{x}\right)dx =$ $\int \left(x - \frac{2}{x}\right)dx = \int xdx - 2\int \frac{1}{x}dx = \frac{x^2}{2} - 2lnx + C$, $x \in (0,1)$	***2p*** ***3p***
2.b)	$Funcția\ f\ este\ continuă\ pe$ $(0,1)\cup(1,+\infty)$. $\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x) = \lim_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x) = f(1) =$ -1 ,rezultă$f\ este\ continuă\ pe$ $(0,+\infty)$, deciadmite primitive.	***2p*** ***3p***
2.c)	$.F(x) = \frac{x^2}{2} - 2lnx + C_1$, $x \in (0,1)$și$F(x) = x(2lnx - 3) + C_2$, $x \in [1,+\infty)$. $F trebuie\ să\ fie\ continua$ în 1, obținem $\frac{1}{2} + C_1 = -3 + C_2$, $deci\ C_2 = C_1 + \frac{7}{2}$	***2p*** ***3p***