SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, noiembrie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

Subiectul I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați partea reală a numărului complex $z = 3 + 2(1 - i)$.

5p **2.** Determinați valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 - 2x - 10$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_5(x-3) = \log_5(x-1)$.

5p **4.** Numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi este egal cu 10. Determinați numărul elementelor mulțimii.

5p **5.** Se consideră punctele A, B, C, astfel încât $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + \vec{j}$ și $\overrightarrow{BC} = \vec{i} - \vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Determinați aria triunghiului MNP, știind că MN=12, MP=3 și $m(\sphericalangle M) = 30^o$.

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că det A = 5;

5p **b)** Să se demonstreze că matricea A verifică relația: $A^2 - 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$;

5p **c)** Să se afle matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ știind că $A \cdot X = B$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție: $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$, pentru orice x și y numere reale.

5p **a)** Să se arate că $2 \circ 0 = 6$;

5p **b)** Să se arate că legea "∘" este comutativă;

5p **c)** Să se rezolve ecuația $x \circ x = 4$.

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to IR,\ f(x)=\sqrt{x}-\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-2}{2x}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă 1.

5p **c)** Demonstrați că funcția este crescătoare pentru orice $x\in[4,\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:IR\to IR,\ f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3, x\le 0 \\ e^x+2, x>0 \end{cases}$.

5p **a)** Arătați că f admite primitive .

5p **b)** Arătați că orice primitivă este concavă pe $(-\infty,0)$.

5p **c)** Calculați $\int x\cdot f(x)dx$, pentru $x\in[0,\infty)$.

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, noiembrie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I

1.	$z = 3 + 2(1 - i) = 5 - 2i$ $Re(z) = 5$	**2p** **3p**
2.	$\Delta = 44.$ Valoarea minimă a funcției f este egală cu $-\frac{\Delta}{4a} = -11$	**2p** **3p**
3.	$(x-3)^2 = x - 1 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ $x_1 = 2$ nu verifică ecuația și $x_2 = 5$ verifică ecuația.	**3p** **2p**
4.	Numărul de submulțimi cu 2 elemente este $C_n^2 = 10$ $C_n^2 = \frac{n!}{2!\,(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$ $\frac{n(n-1)}{2} = 10 \Rightarrow n(n-1) = 20 \Rightarrow n = 5$	**2p** **2p** **1p**
5.	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 3\vec{i}$ $AC = \lvert\overrightarrow{AC}\rvert = 3$	**3p** **2p**
6.	$A_{\Delta MNP} = \frac{MN \cdot MP \cdot \sin(\sphericalangle M)}{2}$ $A_{\Delta ABC} = \frac{12 \cdot 3 \cdot sin30^0}{2} = 9.$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$detA = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) =$	**3p**

	$= 4 + 1 = 5$	2p
b)	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $-2A = -2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ $A^2 - 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$	2p 2p 1p
c)	Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ cu a, b, c, d numere reale $A \cdot X = B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ Obținem $2a + c = -1;\ -a + 2c = 3; 2b + d = 4;\ -b + 2d = 3$ De unde $a = -1, b = 1, c = 1, d = 2$, așadar $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$2 \circ 0 = 2 \cdot 0 - 3 \cdot (2 + 0) + 12 =$ $= 0 - 6 + 12 = 6$	3p 2p
b)	$y \circ x = yx - 3(y + x) + 12 =$ $= xy - 3(x + y) + 12 = x \circ y$, pentru orice x și y numere reale, deci legea “$\circ$” este comutativă	3p 2p
c)	$x \circ x = x^2 - 6x + 12$, x număr real Ecuația devine $x^2 - 6x + 8 = 0$ cu soluțiile $x = 2$ și $x = 4$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} =$ $\frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$	3p 2p

b)	Ecuatia tangentei este y - $f(x_0) = f'(x_0)(x-x_0)$, $y-f(1) = f'(1)(x-1)$; $f(1) = 1$; $f'(1)=-\frac{1}{2}$ $y-1=-\frac{1}{2}(x-1)$; $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0,\ x=4$ $f'(x) > 0$, pentru $x > 4$, deci f crescătoare pe $[4,\infty)$.	**2p** **3p**
2.a)	f continuă pe $IR-\{0\}$ ca fiind functii elementare, $l_s(0) = l_d(0) = f(0) = 3$ f continuă pe IR, f admite primitive	**3p** **2p**
b)	Fie F o primitivă a lui f, $F'(x) = f(x) = x^2-4x+3$; $F''(x) = f'(x) = 2x-4$ Pentru $x < 0$, avem $F''(x) < 0$, deci F concavă pe $(-\infty,0)$	**3p** **2p**
c)	$\int x\cdot f(x)dx=\int x(e^x+2)dx=\int xe^x dx+\int 2xdx=$ $\int x(e^x)'dx+2\frac{x^2}{2}=xe^x-\int e^x dx+x^2=xe^x-e^x+x^2+C$	**2p** **3p**