

**SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT**

**Matematică M\_ pedagogic, noiembrie 2023**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $2\sqrt{5} \left( \frac{1}{\sqrt{5}-1} + \frac{1}{\sqrt{5}+1} \right) = 5$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ . Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(m, 1)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x^2-3x} = 81$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 13.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(6,0), B(0,8)$  și  $C(6,8)$ . Determinați lungimea medianei din vârful  $C$  al triunghiului  $ABC$ .
- 5p 6. Arătați că  $(\sin 30^\circ - \cos 30^\circ)^2 + (\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 = 2$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă „ $\circ$ ” unde

$$x \circ y = 2023xy + x + y.$$

- 5p 1. Arătați că  $(-1) \circ 1 = -2023$ .
- 5p 2. Arătați că legea dată mai sus este comutativă.
- 5p 3. Arătați că  $e = 0$  este element neutru pentru legea dată.
- 5p 4. Să se determine numărul real  $x$  astfel încât  $(-1) \circ x = 2023$ .
- 5p 5. Să se determine numărul real  $x$  astfel încât  $x \circ x \geq -1$ .
- 5p 6. Arătați că numărul  $N = \frac{1}{2023} \circ x \circ \left(-\frac{1}{2023}\right)$  este număr rațional, pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 puncte)**

Se dă matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  unde  $a$  este un număr real.

- 5p 1. Arată că  $A(1) - A(-1) = 2I_2$ .
- 5p 2. Calculează  $2A(0) + A(-2)$ .
- 5p 3. Arată că  $(-3) \cdot A(1) = -2I_2$ .
- 5p 4. Să se afle numerele întregi  $a$  pentru care  $A(a+1) = A(15)$
- 5p 5. Să se calculeze  $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(2023)$
- 5p 6. Să se determine  $a \in Z$  pentru care  $A(-4) \cdot A(a-1) = A(-11)$ .

**SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT**

**Matematică M \_ pedagogic, noiembrie 2023**

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} - 1}{5 - 1} =$ $= 2\sqrt{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{4} = 5$	3p 2p
2.	$A(m, 1) \in Gf \Leftrightarrow f(m) = 1$ $2m - 1 = 1 \Leftrightarrow m = 1$	3p 2p
3.	$3x^2 - 3x = 3^4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4$ $x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x \in \{-1, 4\}$	2p 3p
4.	<p>Numere naturale de doua cifre: 10, 11, ..., 99 <math>\Rightarrow</math> 90 cazuri posibile Multiplii de 13 mai mici decat 99: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 <math>\Rightarrow</math> 7 cazuri favorabile</p> $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{7}{90}$	2p 3p
5.	<p>Fie <math>M</math> – mijlocul lui <math>AB \Rightarrow M\left(\frac{6+0}{2}, \frac{0+8}{2}\right) \Rightarrow M(3, 4)</math></p> $CM = \sqrt{(6-3)^2 + (8-4)^2} = 5$	2p 3p
6.	$\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 =$ $= \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3} + 3}{4} = \frac{8}{4} = 2$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	$(-1) \circ 1 = 2023(-1)1 + (-1) = 1$ $= -2023 - 1 + 1 = -2023$	2p 3p
2.	<p><math>(\forall x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow x \circ y = y \circ x)</math></p> $x \circ y = 2023xy + x + y$ $y \circ x = 2023yx + y + x$ <p>“+”, “<math>\cdot</math>” comutative în <math>\mathbb{R}</math> De unde rezultă că legea este comutativă.</p>	2p 3p
3.	$x \circ e = x \Leftrightarrow x \circ 0 = x \Leftrightarrow 2023 \cdot x \cdot 0 + x + 0 = x \Rightarrow x = x \quad "A"$ <p>De unde rezultă că <math>e = 0</math> este element neutru pentru legea dată.</p>	2p 3p

4.	$(-1) \circ x = 2023 \Rightarrow 2023(-1)x + (-1) + x = 2023$ $\Leftrightarrow -2023x - 1 + x = 2023 \Leftrightarrow x(-2023 + 1) = 2024 \Leftrightarrow x = \frac{-2024}{-2022} = -\frac{1012}{1011}$	2p 3p
5.	$x \circ x \geq -1 \Leftrightarrow 2023x^2 + 2x + 1 \geq 0.$ Se rezolvă inecuația de gradul II și se găsește soluția $x \in R$ .	2p 3p
6.	$\frac{1}{2023} \circ x \circ \left(-\frac{1}{2023}\right) = \left(2023 \frac{1}{2023}x + \frac{1}{2023} + x\right) \circ \left(-\frac{1}{2023}\right) =$ $\left(2x + \frac{1}{2023}\right) \circ \left(-\frac{1}{2023}\right) = -2x - \frac{1}{2023} + 2x + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2023} = -\frac{1}{2023},$ care este număr rațional.	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; A(-1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $A(1) - A(-1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $2I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p
2.	$A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; A(-2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ $2A(0) + A(-2) = 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p
3.	$A(-3) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}; A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A(-3) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ $A(-3) \cdot A(1) = -2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2I_2$	1p 2p 2p
4.	$A(a+1) = \begin{pmatrix} a+3 & 1 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}; A(15) = \begin{pmatrix} 17 & 1 \\ 1 & 15 \end{pmatrix}$ $a+3 = 17$ $a+1 = 15$ $a = 14 \in Z$	1p 1p 1p 2p
5.	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; A(2) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \dots; A(2023) = \begin{pmatrix} 2025 & 1 \\ 1 & 2023 \end{pmatrix}$ $A(1) + A(2) + \dots + A(2023) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 2025 & 1 \\ 1 & 2023 \end{pmatrix} =$ $\begin{pmatrix} 3+4+5+\dots+2025 & 1+1+1+\dots+1 \\ 1+1+1+\dots+1 & 1+2+3+\dots+2023 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1013 \cdot 2025 - 3 & 2023 \\ 2023 & 2023 \cdot 1012 \end{pmatrix}$	1p 1p 1p 2p
6.	$A(-4) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; A(a-1) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}; A(-11) = \begin{pmatrix} -9 & 1 \\ 1 & -11 \end{pmatrix};$ $A(-4) \cdot A(a-1) = \begin{pmatrix} -2a-1 & a-3 \\ a-3 & -4a+5 \end{pmatrix}$	1p 1p



$\begin{pmatrix} -2a-1 & a-3 \\ a-3 & -4a+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 1 \\ 1 & -11 \end{pmatrix}$	1p
$\begin{aligned} -2a-1 &= -9 \\ a-3 &= 1 \\ -4a+5 &= -11 \end{aligned}$	2p
$a = 4 \in \mathbb{Z}$	

SIMULARE ILFOV