Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\frac{1}{8}+3\cdot\left(1-\frac{3}{8}\right)=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x}=5^{2+x}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $n+9\le 15$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(4,-5)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că punctul C este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{2}\cdot(\sin 45^\circ+\cos 45^\circ)\cdot\sin 30^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $B+3I_2=2A$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot(xA+B)=2xI_2$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-3(x+y)+1$.
5p	**a)** Arătați că $1\circ 0=-2$.
5p	**b)** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
5p	**c)** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x\circ(-2x)\ge 0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x-4}{x-4}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=-\frac{8}{(x-4)^2}$, $x\in(4,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția $g:(4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f'(x)$ este crescătoare.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+(x+3)^2$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^2\left(f(x)-(x+3)^2\right)dx=2$.
5p	**b)** Arătați că $\int_{-2}^0\frac{1}{f(x)-x}dx=\frac{2}{3}$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^6\frac{f(x)}{x+3}dx=3(a-\ln 3)$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{8}+3\cdot\left(1-\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{8}+3\cdot\frac{5}{8}=$	**3p**
	$=\frac{1}{8}+\frac{15}{8}=2$	**2p**
2.	$f(a)=2a-2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$2a-2=0$, de unde obținem $a=1$	**2p**
3.	$2x=2+x$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 6 numere n pentru care $n+9\le 15$, deci sunt 6 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$	**3p**
5.	$a=\frac{0+4}{2}=2$	**3p**
	$b=\frac{5+(-5)}{2}=0$	**2p**
6.	$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\sqrt{2}\cdot(\sin 45^\circ+\cos 45^\circ)\cdot\sin 30^\circ=\sqrt{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=2\cdot\frac{1}{2}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{vmatrix}=3\cdot 0-2\cdot(-1)=$	**3p**
	$=0+2=2$	**2p**
b)	$B+3I_2=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & -3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 4\\ -2 & 0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}=2A$	**2p**
c)	$xA+B=\begin{pmatrix}3x+3 & 2x+4\\ -x-2 & -3\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot(xA+B)=\begin{pmatrix}7x+5 & 6x+6\\ -3x-3 & -2x-4\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}7x+5 & 6x+6\\ -3x-3 & -2x-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x & 0\\ 0 & 2x\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-1$	**2p**

2.a)	$1\circ 0=2\cdot 1\cdot 0-3(1+0)+1=$ $=0-3+1=-2$	**3p** **2p**
b)	$y\circ x=2yx-3(y+x)+1=$ $=2xy-3(x+y)+1=x\circ y$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**2p** **3p**
c)	$x\circ(-2x)=-4x^2+3x+1$, pentru orice număr real x $-4x^2+3x+1\geq 0$, de unde obținem $x\in\left[-\frac{1}{4},1\right]$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{3(x-4)-(3x-4)}{(x-4)^2}=$ $=\frac{3x-12-3x+4}{(x-4)^2}=-\frac{8}{(x-4)^2}$, $x\in(4,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x-4}{x-4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3-\frac{4}{x}}{1-\frac{4}{x}}=3$ Dreapta de ecuație $y=3$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
c)	$g'(x)=f''(x)=\frac{16}{(x-4)^3}$, $x\in(4,+\infty)$ $g'(x)>0$, pentru orice $x\in(4,+\infty)$, deci funcția g este crescătoare	**3p** **2p**
2.a)	$\int_0^2\left(f(x)-(x+3)^2\right)dx=\int_0^2 x\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^2=$ $=\frac{4}{2}-0=2$	**3p** **2p**
b)	$\int_{-2}^0\frac{1}{f(x)-x}dx=\int_{-2}^0\frac{1}{(x+3)^2}dx=\int_{-2}^0\frac{(x+3)'}{(x+3)^2}dx=-\left.\frac{1}{x+3}\right\|_{-2}^0=$ $=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$	**3p** **2p**
c)	$\int_0^6\frac{f(x)}{x+3}dx=\int_0^6\frac{x+(x+3)^2}{x+3}dx=\int_0^6\left(x+4-\frac{3}{x+3}\right)dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^6+\left.4x\right\|_0^6-\left.3\ln(x+3)\right\|_0^6=42-3\ln 3$ $42-3\ln 3=3(a-\ln 3)$, de unde obținem $a=14$	**3p** **2p**