Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $0,25:0,5+\frac{1}{2}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)\geq n^2-8$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2\log_2(3x-1)=\sqrt{36}$
5p	**4.** După o scumpire cu 20%, prețul unui produs crește cu 80 de lei. Calculați prețul final al produsului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$, $B(1,m)$ și $C(3,6)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, astfel încât punctul C să fie simetricul punctului A față de punctul B.
5p	**6.** Arătați că $\sin 30°\cdot\cos 45°-\frac{1}{2}\cdot\sin 45°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=\frac{1}{2}xy-x-y+4$.
5p	**1.** Arătați că $2\circ 1=2$.
5p	**2.** Demonstrați că $x\circ y=\frac{1}{2}(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Arătați că numărul $N=m\circ n$ este natural par, pentru orice numere naturale pare m și n.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=4$.
5p	**6.** Determinați numerele reale x pentru care $4^x\circ 8^x=2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $B(1)-B(0)=I_2$.
5p	**2.** Arătați că $B(-1)\cdot B(-4)=9I_2$.
5p	**3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(B(a))=a$.
5p	**4.** Demonstrați că matricea $C(n)=B(n)-A$ este inversabilă, pentru orice număr natural n.
5p	**5.** Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A=B(a)$.
5p	**6.** Determinați numerele reale a, $a\geq 0$, pentru care $B(a)-B(\sqrt{a})=O_2$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$0,25:0,5+\frac{1}{2}=0,5+\frac{1}{2}=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	**2p**
2.	$n^2-4n\geq n^2-8 \Leftrightarrow n\leq 2$	**2p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=0$, $n=1$ sau $n=2$	**3p**
3.	$\log_2(3x-1)=3 \Rightarrow 3x-1=2^3$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	$\frac{20}{100}\cdot x=80$ de lei, unde x este prețul inițial al produsului	**2p**
	$x=80\cdot 5=400$ de lei, deci prețul final al produsului este 480 de lei	**3p**
5.	Punctul C este simetricul punctului A față de punctul B, deci punctul B este mijlocul segmentului AC	**3p**
	$m=\frac{2+6}{2}\Rightarrow m=4$	**2p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sin 30^\circ\cdot\cos 45^\circ-\frac{1}{2}\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2\circ 1=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1-2-1+4=$	**3p**
	$=1-2-1+4=2$	**2p**
2.	$x\circ y=\frac{1}{2}xy-x-y+2+2=\frac{1}{2}x(y-2)-(y-2)+2=(y-2)\left(\frac{1}{2}x-1\right)+2=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
3.	$x\circ 4=2x-x-4+4=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4\circ x=2x-4-x+4=x$, pentru orice număr real x, deci $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$m=2k$ și $n=2p$, unde k și p sunt numere naturale	**2p**
	$N=2(k-1)(p-1)+2$, deci N este număr natural par	**3p**
5.	$x\circ x=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$, deci $\frac{1}{2}(x-2)^2+2=4$	**2p**
	$(x-2)^2=4$, de unde obținem $x=0$ sau $x=4$	**3p**

6.	$\frac{1}{2}\left(4^x-2\right)\left(8^x-2\right)+2=2 \Leftrightarrow \left(2^{2x}-2\right)\left(2^{3x}-2\right)=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{2}$ sau $x=\frac{1}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$B(1)-B(0)=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
2.	$B(-1)\cdot B(-4)=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 3\\ 3 & 0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}9 & 0\\ 0 & 9\end{pmatrix}=9I_2$	**2p**
3.	$\det\left(B(a)\right)=a^2+5a-5$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2+5a-5=a$, de unde obținem $a=-5$ sau $a=1$	**2p**
4.	$C(n)=\begin{pmatrix}n+2 & 0\\ 0 & n+2\end{pmatrix}$, deci $\det\left(C(n)\right)=(n+2)^2$, pentru orice număr natural n	**3p**
	Cum n este număr natural, $\det\left(C(n)\right)\neq 0$, deci matricea $C(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n	**2p**
5.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}10 & 3\\ 3 & 13\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}10 & 3\\ 3 & 13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+4\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=9$	**3p**
6.	$B(a)=B\left(\sqrt{a}\right)$, unde a este număr real, $a\geq 0$	**2p**
	$a=\sqrt{a}$, de unde obținem $a=0$ sau $a=1$, care convin	**3p**