Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:...
....
Inițiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:..
....
Școala de proveniență: ....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ....
Județul: ....

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $3+2\cdot 5$ este egal cu: **a)** 25 **b)** 13 **c)** 10 **d)** 1
5p	**2.** Dacă $\frac{x}{2}=\frac{3}{4}$, atunci $4\cdot x$ este egal cu: **a)** $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{8}{3}$ **c)** 6 **d)** 12
5p	**3.** Soluția ecuației $2-x=2$ este numărul: **a)** -4 **b)** 0 **c)** 2 **d)** 4
5p	**4.** Cel mai mic element al mulțimii $A=\left\{\frac{1}{9},\frac{1}{99},\frac{1}{999},\frac{1}{9999}\right\}$ este: **a)** $\frac{1}{9}$ **b)** $\frac{1}{99}$ **c)** $\frac{1}{999}$ **d)** $\frac{1}{9999}$

5p **5.** Patru elevi, Andra, Marius, Ioana și David, au calculat produsul numerelor $a=\sqrt{5}$ și $b=\sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Andra	Marius	Ioana	David
10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$

Rezultatul corect a fost obținut de către:

a) Andra
b) Marius
c) Ioana
d) David

5p **6.** Alina afirmă că: „În intervalul de numere reale $[-3,2]$ sunt 7 numere întregi.” Afirmația Alinei este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

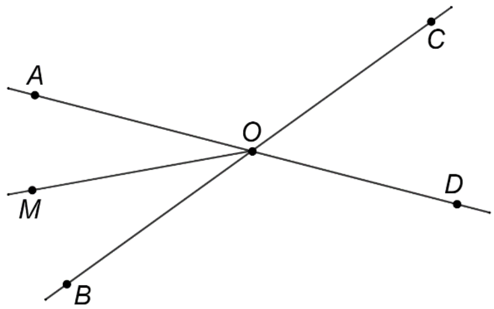
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $AB=BC=CD$, iar lungimea segmentului CD este egală cu 10cm. Lungimea segmentului AD este egală cu:

a) 30cm
b) 20cm
c) 15cm
d) 10cm

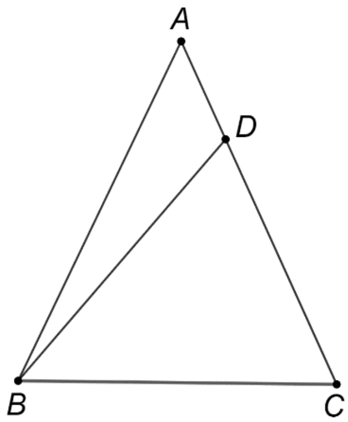
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOB și COD, cu punctele A, O și D coliniare. Măsura unghiului AOB este egală cu $50°$ și OM este bisectoarea unghiului AOB. Măsura unghiului DOM este egală cu:

a) $25°$
b) $50°$
c) $130°$
d) $155°$



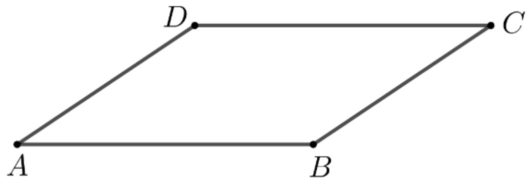
5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB=AC$ și $\sphericalangle BAC=50°$. Punctul D aparține segmentului AC, astfel încât $BD=BC$. Măsura unghiului BDC este egală cu:

a) $50°$
b) $65°$
c) $115°$
d) $130°$



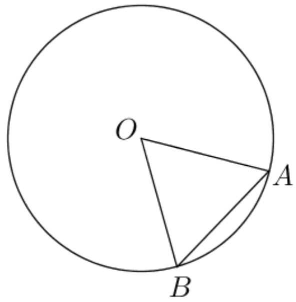
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 10\text{cm}$ și $BC = 6\text{cm}$. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:

a) 16cm
b) 24cm
c) 32cm
d) 40cm



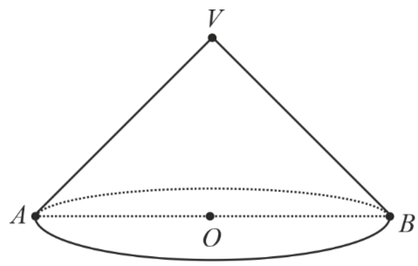
5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A și B aparțin cercului, astfel încât măsura unghiului AOB este de $60°$ și $AB = 10\text{cm}$. Lungimea cercului este egală cu:

a) $10\pi\,\text{cm}$
b) $20\pi\,\text{cm}$
c) $100\pi\,\text{cm}$
d) $200\pi\,\text{cm}$



5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB. Înălțimea conului are lungimea egală cu $2\sqrt{2}\,\text{cm}$. Aria bazei conului este egală cu:

a) 8cm^2
b) 16cm^2
c) $8\pi\,\text{cm}^2$
d) $16\pi\,\text{cm}^2$



SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Mihai a cheltuit o sumă de bani în patru zile. În prima zi a cheltuit 20% din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi cu 20 de lei mai mult decât a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 44 de lei.

(2p) a) Verifică dacă Mihai a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină suma de bani cheltuită de Mihai, în total, în cele patru zile.

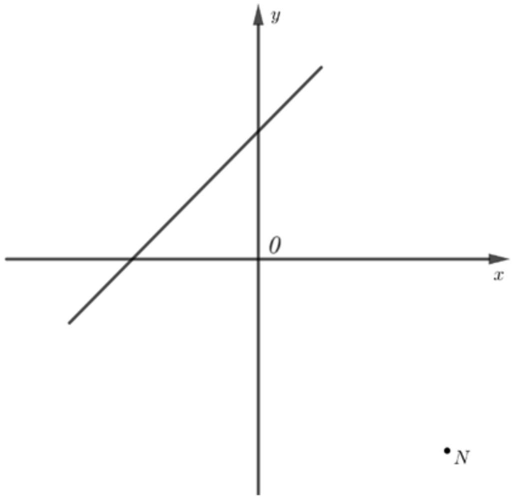
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}\right):\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{x}-2\right)$, unde x este un număr real, $x\neq -3$, $x\neq 0$ și $x\neq 3$.

(2p) a) Arată că $\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x, $x\neq -3$ și $x\neq 0$.

(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $5 \cdot E(n)$ este număr natural.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

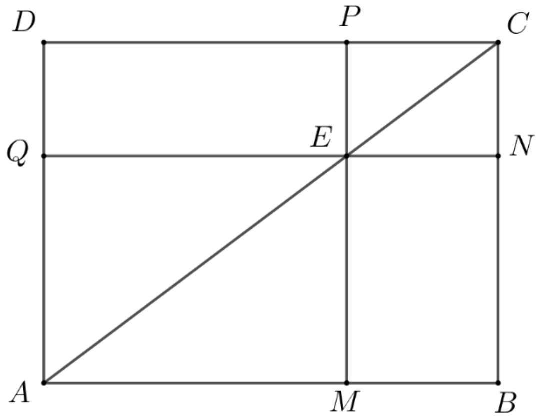
(2p) a) Arată că $2023 \cdot f(-2) = 0$.



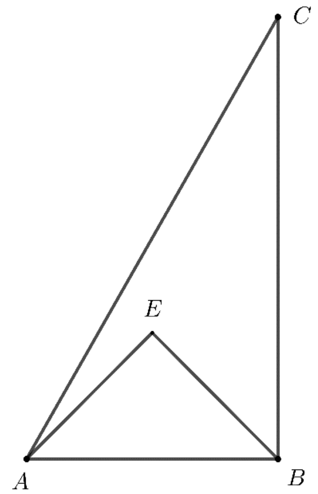
(3p) b) Punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul M este mijlocul segmentului AB. Arată că punctele N, O și M sunt coliniare, unde $N(3,-3)$.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 12\,\text{cm}$ și $BC = 9\,\text{cm}$. Punctul E aparține segmentului AC, astfel încât $AE = 10\,\text{cm}$. Prin E se duc dreptele QN și PM paralele cu dreptele AB, respectiv BC. Punctele M, N, P și Q aparțin segmentelor AB, BC, CD și respectiv AD.

(2p) a) Arată că $AC = 15\,\text{cm}$.

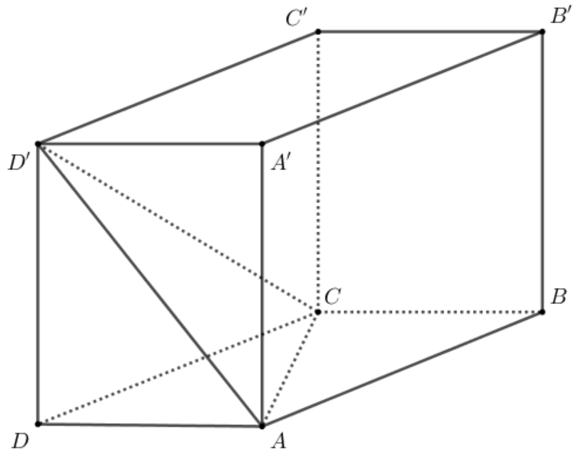


(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AMEQ$ este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului $CNEP$.

5p	**5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în B, cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{6}$ cm și triunghiul dreptunghic isoscel AEB cu $AE = EB$. Punctele E și C sunt de aceeași parte a dreptei AB.
	(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)$cm.
	
	(3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta AC.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = AA' = 4\,\text{cm}$ și $BC = 2\,\text{cm}$.

(2p) a) Arată că aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ este egală cu $64\,\text{cm}^2$.



(3p) b) Arată că dreapta NP este paralelă cu planul (ACD'), unde punctul N este proiecția punctului C' pe dreapta $B'D'$ și punctul P este proiecția punctului C' pe dreapta CB'.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\frac{30}{100}\left(x-\frac{20}{100}\cdot x\right)=\frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde x reprezintă întreaga sumă de bani	**1p**
	$\frac{24x}{100}<\frac{25x}{100}=\frac{1}{4}\cdot x$, de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	**1p**
	b) $\frac{x}{5}+\frac{6x}{25}+\left(\frac{6x}{25}+20\right)+44=x$	**1p**
	$\frac{17x}{25}+64=x$	**1p**
	$x=200$ de lei	**1p**
2.	**a)** $\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}=\frac{x}{3(x+3)}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x(x+3)}=$	**1p**
	$=\frac{x^2-6x+9}{3x(x+3)}=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x, $x\neq-3$ și $x\neq0$	**1p**

	b) $\frac{x}{3}+\frac{3}{x}-2=\frac{x^2+9-6x}{3x}=\frac{(x-3)^2}{3x}$	**1p**
	$E(x)=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}\cdot\frac{3x}{(x-3)^2}=\frac{1}{x+3}$, pentru orice număr real x, $x\neq -3$, $x\neq 0$, $x\neq 3$	**1p**
	$5\cdot E(n)=\frac{5}{n+3}$ este număr natural, deci $n+3=1$ sau $n+3=5$ și, cum n este număr natural, obținem $n=2$	**1p**
3.	**a)** $f(-2)=0$	**1p**
	$2023\cdot f(-2)=2023\cdot 0=0$	**1p**
	b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$ sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy	**1p**
	În triunghiul dreptunghic isoscel AOB, OM mediană, deci OM bisectoare $\Rightarrow \sphericalangle MOB=45^\circ$	**1p**
	$NP\perp Ox,\ P\in Ox\Rightarrow P(3,0)$, iar $\sphericalangle MON=\sphericalangle MOB+\sphericalangle BOP+\sphericalangle PON=45^\circ+90^\circ+45^\circ=180^\circ$, de unde rezultă că punctele N, O și M sunt coliniare	**1p**
4.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABC, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{12^2+9^2}=$	**1p**
	$=\sqrt{225}=15\text{cm}$	**1p**
	b) $QN\parallel AB\parallel CD,\ PM\parallel BC\parallel AD$ și $\sphericalangle QAM=\sphericalangle PCN=90^\circ$, deci $AMEQ$ și $CNEP$ sunt dreptunghiuri	**1p**
	$PC\parallel AM\ \Rightarrow\ \Delta PEC\sim\Delta MEA\Rightarrow\frac{PE}{ME}=\frac{PC}{AM}=\frac{EC}{EA}=\frac{1}{2}$	**1p**
	$ME=2\cdot PE$, $AM=2\cdot PC\Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ}=AM\cdot ME=4\cdot PC\cdot PE=4\cdot\mathcal{A}_{CNEP}$	**1p**
5.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABC, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{2}\text{cm}$	**1p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}+2\sqrt{6}=2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)\text{cm}$	**1p**
	b) EM mediană în triunghiul dreptunghic isoscel $AEB\Rightarrow EM=\frac{AB}{2}=\sqrt{2}\text{cm}$, BE bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $EM\perp AB$, $M\in AB$ și $EN\perp BC$, $N\in BC$, de unde obținem $EM=EN=\sqrt{2}\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AEC}=\mathcal{A}_{\Delta ABC}-\mathcal{A}_{\Delta AEB}-\mathcal{A}_{\Delta BEC}=\frac{AB\cdot BC}{2}-\frac{AB\cdot EM}{2}-\frac{BC\cdot EN}{2}=2\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}^2$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AEC}=\frac{AC\cdot EP}{2}$, unde $EP\perp AC, P\in AC$, de unde $EP=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\text{cm}$	**1p**
6.	**a)** $\mathcal{A}_t=2\cdot\left(AB\cdot AA'+BC\cdot AA'+AB\cdot BC\right)=2\cdot(16+8+8)=$	**1p**
	$=2\cdot 32=64\text{cm}^2$	**1p**
	b) $\Delta B'C'D'\equiv\Delta B'C'C\Rightarrow B'D'=B'C$	**1p**
	În triunghiul $B'C'D'$ dreptunghic, $B'N=\frac{B'C'^2}{B'D'}$ și în triunghiul $B'C'C$ dreptunghic, $B'P=\frac{B'C'^2}{B'C}$, de unde $B'N=B'P$	**1p**
	În triunghiul $B'D'C$, $\frac{B'N}{B'D'}=\frac{B'P}{B'C}\Rightarrow NP\parallel D'C,\ D'C\subset(ACD')\Rightarrow NP\parallel(ACD')$	**1p**