

Admitere 2023
Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ: Problemele pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte, care trebuie indicate de candidat pe formularul special de pe foaia de concurs. Notarea subiectului de tip grilă se face conform sistemului de punctare parțială din regulamentul concursului.

1. Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 2$, atunci $f(f(1))$ este egală cu

A 6; B 7; C 8; D 9.

2. Dacă rădăcinile ecuației de gradul doi cu parametrul $m \in \mathbb{R}$

$$x^2 - (m+1)x + m = 0$$

coincid, atunci

A $m \in (-\infty, -2)$; B $m \in [-2, 2]$; C $m \in (2, +\infty)$; D nu există astfel de $m \in \mathbb{R}$.

3. Panta unei drepte paralele cu dreapta $d: x - 3y + 4 = 0$ este

A -3; B $-\frac{1}{3}$; C $\frac{1}{3}$; D 3.

4. Considerăm vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v} = b\vec{i} - 3\vec{j}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și vectorii unitari \vec{i} și \vec{j} sunt perpendiculari. Care dintre următoarele enunțuri implică perpendicularitatea vectorilor \vec{u} și \vec{v} ?

A $a = -2, b = -\frac{3}{2}$; B $a \cdot b = 3$; C $3a + b = 0$; D $a = 1, b = -3$.

5. Valoarea expresiei $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ este egală cu

A $\sqrt{6}$; B $2\sqrt{2}$; C $2\sqrt{3}$; D $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

6. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^n$ este:

A $\frac{1}{e}$; B e ; C e^2 ; D e^{-2} .

7. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ -x^2, & x \geq 0. \end{cases}$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $f(-1) = f(1)$; B f este injectivă; C f este surjectivă; D $\text{Im } f = (-\infty, 0]$.

8. Se știe că aria triunghiului MNP este 10, unde $M(-2, 1)$, $N(2, 5)$, iar punctul P se află pe axa Ox . Coordonatele punctului P pot fi

A $P(-8, 0)$; B $P(-2, 0)$; C $P(2, 0)$; D $P(8, 0)$.

Problemele **9** și **10** se referă la funcția $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(2x)$.

9. $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ este

[A] $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

[B] $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$;

[C] $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

[D] $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

10. Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este

[A] 1;

[B] 2;

[C] 3;

[D] 4.

11. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)$ este:

[A] 0;

[B] -1;

[C] 1;

[D] $+\infty$.

12. Fie S mulțimea soluțiilor ecuației

$$x^{\frac{1}{1+\log_4 x}} = 4x^4.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

[A] S are exact un element;

[B] S are exact două elemente;

[C] Există un singur $a \in S$ astfel încât $a < 1$;

[D] Există un singur $a \in S$ astfel încât $a \geq 1$.

13. Dacă $X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_7)$ astfel încât

$$\begin{cases} X + \hat{2}Y = \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{4} & \hat{1} \end{pmatrix} \\ \hat{2}X - Y = \begin{pmatrix} \hat{5} & \hat{1} \\ \hat{2} & \hat{6} \end{pmatrix}, \end{cases}$$

atunci $\det X \cdot \det Y$ este egal cu

[A] $\hat{0}$;

[B] $\hat{1}$;

[C] $\hat{2}$;

[D] $\hat{4}$.

14. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele $M \in AB$, $N \in AC$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{AC}$, unde $m \in \mathbb{R}^*$. Punctele D, N și M sunt coliniare dacă

[A] $m = \frac{1}{2}$;

[B] $m = \frac{3}{5}$;

[C] $m = \frac{2}{3}$;

[D] $m = \frac{4}{7}$.

15. Notăm cu \mathcal{C}_t cercul centrat în punctul $M(t, 0)$, care trece prin punctele $A(1, 1)$ și $B(1, -1)$. Raza cercului \mathcal{C}_t se notează cu r_t . Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

[A] Pentru $t = 0$ avem $r_t = \sqrt{2}$.

[B] Pentru orice $t \in (0, 4)$, avem $r_t \in (\sqrt{2}, \sqrt{10})$.

[C] Există t astfel încât $r_t = \frac{1}{2}$.

[D] Pentru $t = 2$ triunghiul AMB este dreptunghic.

16. În triunghiul ABC , $m(\hat{A}) = 45^\circ$, $AB = c$, $AC = \frac{2\sqrt{2}c}{3}$ și $BC = a$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- [A] $\sin B = \frac{2c}{3a}$; [B] $\cos B = \frac{c}{3a}$; [C] $\operatorname{tg} B = 2$; [D] $\operatorname{tg} B = \sqrt{2}$.

17. Valoarea integralei $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$ este:

- [A] 1; [B] 2; [C] -1; [D] -2.

18. Dacă S este mulțimea numerelor pare de patru cifre, atunci numărul elementelor din S este

- [A] 4500; [B] 4499; [C] 4501; [D] 5000.

19. Pe mulțimea $G = (0, +\infty)$ se dă operația $x * y = \frac{|x-y|}{x+y}$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- [A] operația $"*"$ este comutativă; [B] $1 * (2 * 3) = (1 * 2) * 3$;
 [C] $x * y < 1$ pentru orice $x, y \in G$; [D] operația $"*"$ admite element neutru.

Problemele **20**, **21**, **22** și **23** se referă la funcția $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln^2 x, & \text{dacă } x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{dacă } x = 0. \end{cases}$$

20. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- [A] f este continuă în punctul $x_0 = 0$;
 [B] f este discontinuă în punctul $x_0 = 0$;
 [C] f este strict descrescătoare pe intervalul $[0, 1]$;
 [D] f este strict crescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$.

21. Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

- [A] 0; [B] 1; [C] 2; [D] 3.

22. Numărul punctelor de inflexiune ale graficului lui f este:

- [A] 0; [B] 1; [C] 2; [D] 3.

23. Dacă d este tangenta la graficul lui f în punctul de abscisă e , iar m este panta dreptei d , care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- [A] $m = 4e$; [B] d intersectează axa Ox în punctul de abscisă $\frac{3e}{4}$;
 [C] $m = 2e$; [D] d intersectează axa Oy în punctul de ordonată $-4e^2$.

24. Valoarea integralei $\int_{-\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{6})}{\sin(x + \frac{\pi}{3})} dx$ este:

- [A] $\frac{\pi}{6}$; [B] $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \sqrt{3}$; [C] $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln 3$; [D] $\frac{\pi}{3}$.

Răspunsuri corecte

ADMITERE, 2023
Proba scrisă la MATEMATICĂ

1. C
2. B
3. C
4. A, B
5. A
6. B
7. A, D
8. A, C
9. C
10. D
11. C
12. A, C
13. D
14. B
15. A, D
16. A, B, C
17. B
18. A
19. A, C
20. A, D
21. D
22. C
23. A, B
24. D