

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică  $M_{pedagogic}$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\sqrt{25} + \sqrt{64} - \sqrt{169} = 0$ .
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 2$ , și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 + 2$ . Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $f(n) \geq g(n)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 + \log_3(2x - 1) = \log_3 27$ .
- 5p 4. Prețul unui obiect este de 150 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 20%.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,4)$  și  $M(3,6)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Arătați că  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x + y - 4$ .

- 5p 1. Arătați că  $2 * (-2) = -4$ .
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 3. Arătați că  $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 > 0$ .
- 5p 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x * x * x = (x + 1) * x$ .
- 5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x * 2^x = 2$ .
- 5p 6. Arătați că  $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -2$ , pentru orice număr real nenul  $x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricile  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- 5p 1. Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p 2. Arătați că  $A \cdot A - B \cdot B = O_2$ .
- 5p 3. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $\det(A \cdot A - xI_2) = 0$ .
- 5p 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A - B - xI_2 = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .
- 5p 5. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(a(A + B)) = -6$ .
- 5p 6. Rezolvați în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  ecuația  $A \cdot X = B$ .

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 1**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{25} + \sqrt{64} - \sqrt{169} = 5 + 8 - 13 =$ $= 13 - 13 = 0$	3p 2p
2.	$2n + 2 \geq n^2 + 2$ $2n \geq n^2$ și, cum $n$ este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$ sau $n = 2$	2p 3p
3.	$\log_3(2x - 1) = 1$ , de unde obținem $2x - 1 = 3$ $x = 2$ , care convine	3p 2p
4.	După prima scumpire cu 20%, prețul obiectului este $150 + \frac{20}{100} \cdot 150 = 180$ de lei După a doua scumpire cu 20%, prețul obiectului este $180 + \frac{20}{100} \cdot 180 = 216$ lei	2p 3p
5.	$M$ mijlocul segmentului $AB \Rightarrow 3 = \frac{0 + x_B}{2}$ , $6 = \frac{4 + y_B}{2}$ $x_B = 6$ , $y_B = 8$	3p 2p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$2 * (-2) = 2 + (-2) - 4 =$ $= 0 - 4 = -4$	3p 2p
2.	$(x * y) * z = (x + y - 4) * z = (x + y - 4) + z - 4 = x + y + z - 8$ , pentru orice numere reale $x$ , $y$ și $z$ $x * (y * z) = x * (y + z - 4) = x + (y + z - 4) - 4 = x + y + z - 8 = (x * y) * z$ , pentru orice numere reale $x$ , $y$ și $z$ , deci legea de compoziție „*” este asociativă	2p 3p
3.	$(1 * 2 * 3) * (4 * 5 * 6) = (-2) * 7 =$ $= -2 + 7 - 4 = 1 > 0$	3p 2p
4.	$x * x * x = 3x - 8$ , $(x + 1) * x = 2x - 3$ , pentru orice număr real $x$ $3x - 8 = 2x - 3$ , de unde obținem $x = 5$	2p 3p
5.	$4^x * 2^x = 4^x + 2^x - 4$ , pentru orice număr real $x$ $4^x + 2^x - 6 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 2)(2^x + 3) = 0$ , de unde obținem $x = 1$	2p 3p
6.	$x^2 + \frac{1}{x^2} - 4 \geq -2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \geq 0$ , pentru orice număr real nenul $x$ $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \geq 0$ , deci $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -2$ , pentru orice număr real nenul $x$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 0 \cdot 1 =$ $= -1 - 0 = -1$	3p 2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ <p>Cum <math>B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, obținem <math>A \cdot A - B \cdot B = O_2</math></p>	2p 3p
3.	$A \cdot A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 0 \\ 0 & 1-x \end{pmatrix}$ , deci $\det(A \cdot A - xI_2) = (1-x)^2$ , pentru orice număr real $x$ $(1-x)^2 = 0$ , de unde obținem $x = 1$	3p 2p
4.	$A - B - xI_2 = \begin{pmatrix} -x & -2 \\ 1 & -x \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real $x$ $\begin{pmatrix} -x & -2 \\ 1 & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $x = 2$	3p 2p
5.	$a(A + B) = \begin{pmatrix} 2a & 2a \\ a & -2a \end{pmatrix}$ , deci $\det(a(A + B)) = -6a^2$ , pentru orice număr real $a$ $-6a^2 = -6$ , de unde obținem $a = -1$ sau $a = 1$	3p 2p
6.	$A^{-1} = A \Rightarrow X = A \cdot B$ $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	3p 2p