11.05.2023

Colegiul Naţional de Informatică ,,Tudor Vianu"
Concursul ,,Micii Campioni" – 2023
Ziua 1

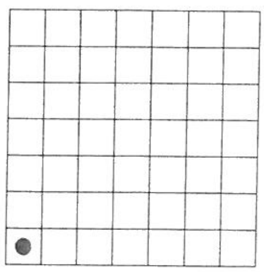
Problema 1. Mihai a început să citească o carte pe 1 martie. În fiecare zi el a citit acelaşi număr de pagini şi a terminat cartea pe 31 martie. Dacă în prima zi el ar fi citit de 4 ori mai puţine pagini şi în fiecare zi următoare câte o pagină mai mult decât în ziua precedentă, el ar fi terminat cartea tot pe 31 martie. Determinaţi câte pagini are cartea.

Problema 2. La un test de matematică, ce conţine patru probleme, au participat 26 de elevi. Dintre ei, 22 au rezolvat prima problemă, 21 au rezolvat a doua problemă, 20 a treia problemă şi 19 a patra problemă. Arătaţi că cel puţin 4 elevi au rezolvat toate cele patru probleme.

Problema 3. Cu cifrele $0, 1, 2$ şi 3 sunt formate toate numerele de trei cifre cu cifre diferite. Calculaţi suma tuturor acestor numere.

Problema 4. În pătrăţelele unui tablou 10×10 se aşează în mod arbitrar numerele de la 1 la 100 (în fiecare pătrăţel se aşează un singur număr). Notăm cu $S_1, S_2, \ldots, S_{10}$ sumele numerelor situate în coloanele tabloului. Se poate ca printre numerele $S_1, S_2, \ldots, S_{10}$ oricare două vecine să difere între ele exact cu 1? Justificaţi răspunsul. (S_1 are vecin pe S_2, S_2 are vecini pe S_1 şi S_3, $\ldots$, S_9 are vecini pe S_8 şi S_{10}, S_{10} are vecin pe S_9)

Problema 5. Se consideră o tablă 7×7 ca în figură. În colţul din stânga jos se află o fisă. Doi elevi Andrei şi Bogdan mută alternativ fisa în unul dintre pătrăţelele vecine cu cel în care este fisa. (Două pătrăţele sunt vecine dacă au o latură comună) Pierde acel elev, după mutarea căruia fisa ajunge într-un pătrăţel în care a mai fost. Ştiind că Andrei mută primul fisa, arătaţi că unul dintre elevi are o strategie cu care câştigă de fiecare dată. Care este aceasta? Justificaţi răspunsul.



Timp de lucru 2 ore.
Fiecare problemă valorează 15 puncte.

11.05.2023

Colegiul Naţional de Informatică ,,Tudor Vianu"
Concursul ,,Micii Campioni" – 2023
Ziua 1

Problema 1. Mihai a început să citească o carte pe 1 martie. În fiecare zi el a citit acelaşi număr de pagini şi a terminat cartea pe 31 martie. Dacă în prima zi el ar fi citit de 4 ori mai puţine pagini şi în fiecare zi următoare câte o pagină mai mult decât în ziua precedentă, el ar fi terminat cartea tot pe 31 martie. Determinaţi câte pagini are cartea.

Soluţie şi barem orientativ Notăm cu x numărul de pagini pe care îl citeşte în fiecare zi. Atunci $x = 4a$, unde a este numărul de pagini pe care l-ar citi în prima zi, în a doua situaţie **2p**

$31x = a + (a+1) + (a+2) + \cdots + (a+30)$ **4p**

$31 \cdot 4a = 31 \cdot a + (1 + 2 + \cdots + 30)$ **3p**

$31 \cdot 4a = 31 \cdot a + 31 \cdot 15 \Rightarrow 4a = a + 15 \Rightarrow a = 5$ **4p**

$x = 20 \Rightarrow$ cartea are $31 \cdot 20 = 620$ de pagini **2p**

Problema 2. La un test de matematică, ce conţine patru probleme, au participat 26 de elevi. Dintre ei, 22 au rezolvat prima problemă, 21 au rezolvat a doua problemă, 20 a treia problemă şi 19 a patra problemă. Arătaţi că cel puţin 4 elevi au rezolvat toate cele patru probleme.

Soluţie şi barem orientativ

$26 - 22 = 4$ elevi nu au rezolvat prima problemă **2p**

$26 - 21 = 5$ elevi nu au rezolvat a doua problemă **2p**

$26 - 20 = 6$ elevi nu au rezolvat a treia problemă **2p**

$26 - 19 = 7$ elevi nu au rezolvat a patra problemă **2p**

Numărul elevilor care nu au rezolvat toate problemele este cel mult egal cu $4 + 5 + 6 + 7 = 22$ **4p**

Cum $26 - 22 = 4$, rezultă că cel puţin 4 elevi au rezolvat toate cele 4 probleme **3p**

Problema 3. Cu cifrele $0, 1, 2$ şi 3 sunt formate toate numerele de trei cifre cu cifre diferite. Calculaţi suma tuturor acestor numere.

Soluţie şi barem orientativ

Observaţie: Toate numerele de trei cifre, cu cifre distincte, formate cu $0, 1, 2$ şi 3 sunt în număr de $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$. (prima cifră nu poate fi 0)

Fiecare din cifrele $1, 2$ şi 3 apare ca cifră a sutelor în 6 numere **3p**

Fiecare din cifrele $1, 2$ şi 3 apare ca cifră a zecilor şi ca cifră a unităţilor în 4 numere **5p**

Rezultă că suma acestor numere va fi:

$6 \cdot (300 + 200 + 100) + 4 \cdot (30 + 20 + 10) + 4 \cdot (3 + 2 + 1) = 3864$ **7p**

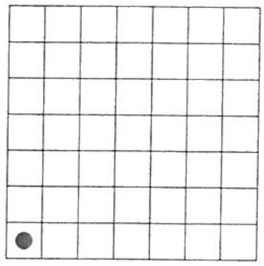
Problema 4. În pătrăţelele unui tablou 10×10 se aşează în mod arbitrar numerele de la 1 la 100 (în fiecare pătrăţel se aşează un singur număr). Notăm cu $S_1, S_2, \ldots, S_{10}$ sumele numerelor situate în coloanele tabloului. Se poate ca printre numerele $S_1, S_2, \ldots, S_{10}$ oricare două vecine să difere între ele exact cu 1? Justificaţi răspunsul. (S_1 are vecin pe S_2, S_2 are vecini pe S_1 şi S_3, ..., S_9 are vecini pe S_8 şi S_{10}, S_{10} are vecin pe S_9)

Soluţie şi barem orientativ Vom demonstra că nu există o aşezare a numerelor în tablou cu proprietatea din enunţ. Presupunem contrariul. Rezultă că s-a reuşit aşezarea cerută. Atunci, fiindcă sumele numerelor de pe coloane vecine diferă cu o unitate, în cinci coloane sumele sunt pare iar în celelalte cinci coloane sumele sunt impare **7p**

Prin urmare, $S_1 + S_2 + \cdots + S_{10}$ este număr impar **6p**

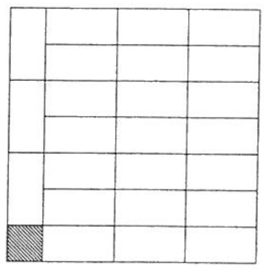
Dar $S_1 + S_2 + \cdots + S_{10} = 1 + 2 + \cdots + 100 = 5050$, număr par, ajungem la o contradicţie **2p**

Problema 5. Se consideră o tablă 7×7 ca în figură. În colţul din stânga jos se află o fisă. Doi elevi Andrei şi Bogdan mută alternativ fisa în unul dintre pătrăţelele vecine cu cel în care este fisa. (Două pătrăţele sunt vecine dacă au o latură comună) Pierde acel elev, după mutarea căruia fisa ajunge într-un pătrăţel în care a mai fost. Ştiind că Andrei mută primul fisa, arătaţi că unul dintre elevi are o strategie cu care câştigă de fiecare dată. Care este aceasta? Justificaţi răspunsul.



Soluţie şi barem orientativ Vom arăta că Bogdan are o strategie cu care câştigă întotdeauna.

Împărţim toate pătrăţelele tablei, cu excepţia celui din colţul stânga jos, în perechi, aşa cum se vede în figura alăturată **6p**



La fiecare mutare a lui Andrei prin care ajunge într-un pătrăţel, Bogdan mută fisa în pătrăţelul din perechea formată **7p**

Astfel Bogdan are întotdeauna mutare de răspuns, deci el câştigă **2p**

Orice soluţie alternativă completă a oricărei probleme va primi punctaj maxim. Orice soluţie alternativă incompletă va fi punctată corespunzător.

12.05.2023

Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu"

Concursul „Micii Campioni" – 2023

Ziua 2

- **Un singur răspuns este corect. Dacă vei bifa două răspunsuri la o singură problemă, acea problemă nu va fi luată în considerare. Fiecare răspuns corect valorează 5 puncte.**
- **Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.**

1. Se consideră cel mai mic număr natural care are suma cifrelor egală cu 2023. Câte cifre are acest număr?

A 2023 B 224 C 221 D 225 E 223

2. Câte pagini are o carte dacă pentru numerotarea paginilor sale au fost folosite 3885 de cifre?

A 1256 B 1248 C 1239 D 1300 E Alt răspuns

3. Produsul a două numere naturale este 126. Dacă se măreşte unul dintre numere cu 5, produsul devine 161. Cât este suma celor două numere?

A 25 B 30 C 35 D 20 E 7

4. Câte numere naturale mai mici decât 10000 încep cu 6 şi se micşorează de 25 de ori, atunci când prima cifră este ştearsă?

A 4 B 3 C 2 D 1 E 5

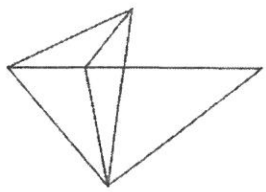
5. Un număr natural de trei cifre nenule se numeşte *special* dacă diferenţa a două dintre cifrele sale este 8. Câte numere *speciale* sunt?

A 36 B 54 C 45 D 48 E Alt răspuns

6. Un tren lung de 200 metri, trece un pod lung de 2000 metri, cu o viteză de 20 metri pe secundă. Cât durează până ce trenul trece podul?

A 100 secunde B 2 minute C 10 secunde D 11 minute E 110 secunde

7. Câte triunghiuri sunt în figura următoare?



$\boxed{A}$ 9 $\boxed{B}$ 7 $\boxed{C}$ 10 $\boxed{D}$ 8 $\boxed{E}$ 11

8. Într-o clasă sunt 26 de elevi. Printre oricare 18 elevi din clasă, cel puţin 4 sunt băieţi. Care este numărul minim de băieţi din clasă?

$\boxed{A}$ 4 $\boxed{B}$ 14 $\boxed{C}$ 13 $\boxed{D}$ 15 $\boxed{E}$ 12

9. Bunicul Marici are în curte găini, curci, capre şi iepuri, în total 100 de capete şi 260 de picioare. Dacă găini sunt cu 18 mai multe decât curci, iar capre cu 10 mai puţine decât iepuri, câte curci şi capre sunt în total?

$\boxed{A}$ 54 $\boxed{B}$ 36 $\boxed{C}$ 46 $\boxed{D}$ 30 $\boxed{E}$ Alt răspuns

10. Ioana culege 3 găleţi de struguri în 40 de minute, iar Tudor 7 găleţi în 2 ore. În cât timp vor culege împreună 8 găleţi cu struguri?

$\boxed{A}$ 60 minute $\boxed{B}$ 400 minute $\boxed{C}$ 100 minute $\boxed{D}$ 80 minute $\boxed{E}$ 90 minute

11. Un ceas electronic afişează timpul de la 00 : 00 : 00 până la 23 : 59 : 59. De câte ori în decurs de 48 de ore, apar exact trei cifre de 8?

$\boxed{A}$ 216 $\boxed{B}$ 144 $\boxed{C}$ 72 $\boxed{D}$ 532 $\boxed{E}$ 108

12. 3 stilouri costă cât 5 pixuri, 4 pixuri costă cât 11 creioane, iar 5 creioane costă cât 24 de radiere. Câte radiere pot cumpăra cu banii de pe 2 stilouri?

$\boxed{A}$ 44 $\boxed{B}$ 60 $\boxed{C}$ 11 $\boxed{D}$ 17 $\boxed{E}$ 40

13. În coşuleţul cu ouă de Paşte, Vlad are ouă roşii, verzi, galbene şi albastre. Dacă 15 ouă nu sunt roşii, 16 nu sunt verzi, 14 nu sunt albastre, 12 nu sunt galbene, câte ouă albastre sunt?

$\boxed{A}$ 4 $\boxed{B}$ 7 $\boxed{C}$ 3 $\boxed{D}$ 6 $\boxed{E}$ 5

14. Andrei şi Eric au împreună 1800 lei. Dacă Andrei cheltuieşte un sfert din cât a cheltuit Eric, atunci fiecare rămâne cu 200 lei. Ce sumă a avut Andrei?

$\boxed{A}$ 280 lei $\boxed{B}$ 1120 lei $\boxed{C}$ 1320 lei $\boxed{D}$ 480 lei $\boxed{E}$ Alt răspuns

15. Toate numerele naturale de 4 cifre, având suma cifrelor 6, sunt scrise în ordine descrescătoare. Pe al câtelea loc este situat 2031?

$\boxed{A}$ 29 $\boxed{B}$ 33 $\boxed{C}$ 31 $\boxed{D}$ 30 $\boxed{E}$ 32

Problema nr.	Răspuns corect
1	D
2	B
3	A
4	C
5	D
6	E
7	E
8	E
9	B
10	A
11	B
12	A
13	E
14	D
15	E