

Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.



SUBIECTUL I

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Determinați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 14$ și $a_1 = 2$. |
| 5p | 2. Arătați că $f(1) - f(-1) = 4$ pentru orice număr real m , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + m$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+3} = 7^{4x}$. |
| 5p | 4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați aria triunghiului ABC . |
| 5p | 6. Se consideră rombul $ABCD$ cu $AB = 5$ și $BD = 6$. Calculați $\sin(\sphericalangle ADB)$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y + 5$.

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Arătați că $(-1) * 1 = 5$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă. |
| 5p | 3. Arătați că $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”. |
| 5p | 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 * x = 7$. |
| 5p | 5. Demonstrați că $(x^2 - y - 5) * (x - y^2) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 6. Determinați numerele naturale m și n pentru care $m * n = 6$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Arătați că $\det A = -2$. |
| 5p | 2. Demonstrați că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$. |
| 5p | 3. Arătați că $A \cdot A - 3A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A - xI_2) = 2$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real a , știind că $A \cdot A \cdot A = aA + 6I_2$. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale p și q pentru care $A \cdot X = X \cdot A$, unde $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$. |

Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)

Matematică *M_{pedagogic}*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE



Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățator-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$a_1 + (a_1 + r) + (a_1 + 2r) + (a_1 + 3r) = 14 \Leftrightarrow 4a_1 + 6r = 14$ $r = 1$	3p 2p
2.	$f(1) = 2 + m$ $f(-1) = -2 + m \Rightarrow f(1) - f(-1) = 2 + m - (-2 + m) = 4$, pentru orice număr real m	2p 3p
3.	$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $x = 1$ sau $x = 3$.	3p 2p
4.	După prima ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $1000 - 10\% \cdot 1000 = 900$ de lei După a doua ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $900 - 10\% \cdot 900 = 810$ de lei	3p 2p
5.	$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \Delta $, unde $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 8 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 24$ $A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12$	3p 2p
6.	$m(\sphericalangle AOD) = 90^\circ$, unde $\{O\} = AC \cap BD$ și $DO = 3 \Rightarrow AO = 4$ $\sin(\sphericalangle ADB) = \frac{AO}{AD} = \frac{4}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.	$(-1) * 1 = (-1) + 1 + 5 =$ $= 0 + 5 = 5$	3p 2p
2.	$(x * y) * z = (x + y + 5) * z = (x + y + 5) + z + 5 = x + y + z + 10$ $x * (y * z) = x * (y + z + 5) = x + (y + z + 5) + 5 = x + y + z + 10 = (x * y) * z$ pentru orice numere reale x, y și z , deci legea de compoziție „*” este asociativă	2p 3p
3.	$x * (-5) = x + (-5) + 5 = x$ $(-5) * x = (-5) + x + 5 = x = x * (-5)$, pentru orice număr real x , deci $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.	2p 3p
4.	$x^2 + x + 5 = 7 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$, $x = -2$ sau $x = 1$	3p 2p

	$(x^2 - y - 5) * (x - y^2) = x^2 - y - 5 + x - y^2 + 5 =$	2p
5.	$= x^2 - y^2 + x - y = (x - y)(x + y) + (x - y) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x, y	3p
6.	$m * n = 6 \Leftrightarrow m + n + 5 = 6 \Leftrightarrow m + n = 1$ Cum m și n sunt numere naturale, obținem $m = 0, n = 1$ sau $m = 1, n = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 =$ $= 2 - 4 = -2$	3p 2p
2.	$A \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 2 & (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 & 1 \cdot 2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ este inversa matricei A .	2p 3p
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$, $3A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ $A \cdot A - 3A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	3p 2p
4.	$A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 2-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 2-x \end{vmatrix} = x^2 - 3x - 2$ $x^2 - 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 4$	3p 2p
5.	$A \cdot A = 3A + 2I_2 \Rightarrow (A \cdot A) \cdot A = (3A + 2I_2) \cdot A = 3A \cdot A + 2A = 3(3A + 2I_2) + 2A = 11A + 6I_2$ Cum matricea A este nenulă, $11A + 6I_2 = aA + 6I_2 \Leftrightarrow a = 11$	3p 2p
6.	$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2+2p & 1+2q \\ 4+2p & 2+2q \end{pmatrix}$, $X \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ p+2q & 2p+2q \end{pmatrix}$ Cum $\begin{pmatrix} 2+2p & 1+2q \\ 4+2p & 2+2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ p+2q & 2p+2q \end{pmatrix}$, obținem $p = 1$ și $q = \frac{5}{2}$.	2p 3p