

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**

**Anul școlar 2022-2023**

**Probă scrisă**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 1**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea:**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	a)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	a)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	<b>a)</b> $\{a; b\}$ i. p. $\{3; 5\}$ , deci $3a = 5b$ , iar $\{b; c\}$ i. p. $\{10; 18\}$ , deci $10b = 18c$ . Din $10b = 18c \Leftrightarrow 5b = 9c$ , obținem $3a = 9c$ , deci $\{a; c\}$ i. p. $\{3; 9\}$ .	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $3a = 9c \Leftrightarrow a = 3c$ . $a + c = 120 \Leftrightarrow 4c = 120 \Leftrightarrow c = 30$ . De aici, $a = 90$ , iar $b = 54$ .	<b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b>
<b>2.</b>	<b>a)</b> $x^2 + 4x + 3 = x^2 + x + 3x + 3 =$ $x(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(x + 3)$ .	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $E(x) = \left( \frac{6}{x-1} - \frac{3x+9}{x^2+4x+3} + \frac{18-6x}{1-x^2} \right) : \frac{2}{2x+2}$ $= \left( \frac{6}{x-1} - \frac{3(x+3)}{(x+1)(x+3)} - \frac{18-6x}{x^2-1} \right) \cdot \frac{2x+2}{2}$ $= \left( \frac{6}{x-1} - \frac{3}{x+1} - \frac{18-6x}{(x-1)(x+1)} \right) \cdot \frac{2(x+1)}{2}$ $= \frac{6x+6-3x+3-18+6x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{1} = \frac{9x-9}{x-1} = \frac{9(x-1)}{x-1} = 9, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1; 1\}$ .	<b>1p</b> <b>1p</b>
	Deci, $E(n) = 9 = 3^2, \forall n \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1; 1\}$ .	<b>1p</b>
<b>3.</b>	<b>a)</b> $S(m; 5) \in G_f \Rightarrow f(m) = 5 \Leftrightarrow 2m - 1 = 5$ $\Leftrightarrow 2m = 6 \Leftrightarrow m = 3$ .	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $n = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2023) = 2 \cdot 1 - 1 + 2 \cdot 2 - 1 + \dots + 2 \cdot 2023 - 1$ $= 2(1 + 2 + \dots + 2023) - 2023 = 2 \cdot \frac{2023 \cdot 2024}{2} - 2023 = 2023(2024 - 1) = 2023^2$ . Deci $\sqrt{n} = \sqrt{2023^2} = 2023$ .	<b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b>
<b>4.</b>	<b>a)</b> Din $DE \parallel BC$ , aplicând Teorema lui Thales, obținem $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{7}$ . Derivând proporția $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{7}$ , obținem $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{10}$ .	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> Din $EF \parallel AB$ , aplicând Teorema fundamentală a asemănării, obținem $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ . De aici, $\frac{EF}{AB} = \frac{EC}{AC}$ . Derivând proporția $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{10}$ , obținem $\frac{EC}{AC} = \frac{7}{10}$ , deci $\frac{EF}{AB} = \frac{7}{10}$ .	<b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	<b>a)</b> $[MN]$ este linie mijlocie în $\triangle ABC$ , deci $AC = 16\sqrt{2}$ cm. Cum $\triangle ABC$ este dreptunghic și isoscel, obținem că $AB = 16$ cm.	<b>1p</b> <b>1p</b>

	<p><b>b)</b> DN și BP sunt mediane în <math>\Delta BCD</math>, deci F este centrul de greutate al <math>\Delta BCD</math> și <math>BF = 2 \cdot FP</math>.</p> <p>Din <math>\sphericalangle BNM \equiv \sphericalangle BCA = 45^\circ</math> (corespondente), obținem <math>NE \parallel CF</math>, iar de aici [NE] - linie mijlocie în <math>\Delta BCF</math>, deci E – mijlocul segmentului [BF] și astfel <math>[BE] \equiv [EF] \equiv [FP]</math>.</p> <p>Aplicând Teorema lui Pitagora în <math>\Delta BCP</math>, obținem <math>BP = 8\sqrt{5}</math> cm și de aici <math>EF = \frac{8\sqrt{5}}{3}</math> cm.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
6.	<p><b>a)</b> Aria dreptunghiului ABCD este egală cu <math>48 \text{ cm}^2</math>, deci <math>2 \cdot R \cdot G = 48 \Leftrightarrow R \cdot G = 24</math>. Volumul cilindrului este egal cu <math>96\pi \text{ cm}^3</math>, deci <math>\pi R^2 G = 96\pi \Leftrightarrow R = 4 \text{ cm}</math> și <math>G = 6 \text{ cm}</math>.</p> <p>Aria laterală a cilindrului este egală cu <math>2\pi R G = 48\pi \text{ cm}^2</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> Aplicând Teorema lui Pitagora în triunghiul ABC, obținem <math>AC = 10 \text{ cm}</math>.</p> <p>Aria triunghiului BOC = <math>\frac{BC \cdot OP}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2</math>, unde <math>\{O\} = AC \cap BD</math>, iar P este mijlocul segmentului [BC].</p> <p>De aici, <math>\frac{BO \cdot OC \cdot \sin \sphericalangle BOC}{2} = 12</math>, deci <math>\sin \sphericalangle BOC = \frac{24}{25}</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>