

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA”,

EDIȚIA a XVIII-a, BĂILEȘTI, 01 APRILIE 2023

CLASA a VI-a



**Partea I (50 puncte)**

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

- Câte numere naturale de forma  $\overline{abc}$  cu proprietatea că  $\overline{abc} = a \cdot \overline{bc}$  există:  
a) 0                      b) 2                      c) 5                      d) 16
- Fie numărul  $A = 2^{2023} \cdot 5^{2026} + 280$ . Produsul primelor cinci cifre ale lui A este:  
a) 20                      b) 32                      c) 0                      d) 100
- Un ceas electronic afișează timpul de la 00.00.00 la 23.59.59. De câte ori, în decurs de 24 ore, apar pe ecran exact trei cifre de 7?  
a) 2023                      b) 72                      c) 102                      d) 0;
- Considerăm triunghiul dreptunghic ABC cu  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$  și  $m(\sphericalangle ACB) = 40^\circ$ . Pe latura (BC) se iau punctele M și N astfel încât  $m(\sphericalangle AMC) = 80^\circ$  și  $m(\sphericalangle ANC) = 100^\circ$ . Atunci relația dintre MN, MC și MB este:  
a)  $MN = MC - MB$       b)  $MN = \frac{MC-MB}{4}$       c)  $MN = \frac{MC-MB}{3}$       d)  $MN = \frac{MC-MB}{2}$
- Măsurile unghiurilor  $\widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{COD}, \widehat{DOE}$  și  $\widehat{EOA}$  sunt direct proporționale cu cinci numere naturale consecutive, iar interioarele lor sunt disjuncte două câte două. Știind că  $\frac{m(\sphericalangle AOB)}{m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle COD)} = \frac{2}{5}$ , măsura unghiului AOB este:  
a)  $48^\circ$                       b)  $60^\circ$                       c)  $90^\circ$                       d)  $45^\circ$ ;

*Probleme propuse de prof Mirea Mihaela Mioara, Craiova*

**Partea a II-a (40 puncte)**

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete.

**Problema 1 (15 puncte)**

Fie numărul  $A = 1223334444 \dots \underbrace{999 \dots 9}_{9 \text{ ori}}$ . Arătați că numărul  $A - 6$  se divide cu 9, iar numărul

$A + 6$  se divide cu 11.

*Prof. Mirea Mihaela Mioara, Craiova*

**Problema 2 (25 puncte)**

Fie triunghiul isoscel ABC cu  $AB = AC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 20^\circ$ . Luăm  $D \in (AB)$  astfel încât  $AD = BC$  și construim triunghiul echilateral ADE astfel încât C și E sunt în semiplane diferite față de dreapta AB. Demonstrați că CD este bisectoarea unghiului ACE.

\*\*\*

G.M.6-7-8/2022

**Timp de lucru: 2 ore și 30 minute**

**Din oficiu: 10 puncte**

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA”, EDIȚIA a XVIII-a

BĂILEȘTI, 01 APRILIE 2023

BAREM -Clasa a VI-a



Partea I

1. a)      2. c)      3. b)      4. d)      5. a)

Partea a II a

1. Restul împărțirii lui A la 9 este restul sumei  $1 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 = \frac{9 \cdot 10 \cdot (2 \cdot 9 + 1)}{6} = 285$  la împărțirea cu 9, adică 6. ....5p

Restul împărțirii lui A la 11 este dat de restul numărului

$$1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 - (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 4 \cdot 9) = 1 - 3 + 5 - 7 + 9 = 5$$

la împărțirea cu 11. ....5p

A - 6 se divide cu 9, A + 6 se divide cu 11..... 5p

2.  $\triangle ABC \equiv \triangle CAE$  deoarece  $AB = AC$ ,  $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle CAE = 80^\circ$ ,  $BC = AE$ ..... 6 p  
 $CE \equiv AC$  ..... 4 p  
 $\triangle DEC \equiv \triangle DAC$  deoarece  $ED = AD$ ,  $CE = AC$ ,  $CD = CD$ .....6 p  
 $\sphericalangle DCE \equiv \sphericalangle DCA$  .....4p  
CD este bisectoarea unghiului ACE.....5p

**NOTĂ:** Orice altă modalitate corectă de rezolvare se acceptă și se punctează corespunzător.