Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2023
Proba E.c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii.Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\log_{2023}17+\log_{2023}119+\sqrt{0,0625}=\frac{5}{4}$.

5p **2.** Determinați numărul real m, pentru care soluțiile ecuației $x^2-(3m-4)x+m-3=0$, verifică relația $x_1+x_2=2x_1x_2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\cdot 2^x+4^x-8^x=0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{0,1,2,.....,9\}$, acesta să fie soluție a ecuației $f(n)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(n)=n^3+3n-4$.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=AC=6\sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle A)=120^o$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Arătați că $\sin(a+b)=1$, știind că $a,b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, $a\neq b$ și $\sin a+\cos a=\sin b+\cos b$.

SUBIECTUL AL II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ m & m^2 & 1\\ m+1 & (m+1)^2 & 1\end{pmatrix}$ unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că det(A(0)) = 0 .

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care matricea A*(m)* este inversabilă.

5p **c)** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele necoliniare A(1,1), B(m, m^2) și C($m+1, (m+1)^2$), unde m este un număr real. Determinați numerele reale m, știind că triunghiul ABC are aria egală cu 1.

2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1+z_2+z_1\cdot z_2$.

5p **a)** Arătați că $(2+i)*(2-i)=9$.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real nenul *a*, numărul A = (-1+ (a+1)*i*) ∗ (-1+ (a-1)*i*) este real strict mai mic decât 0.

5p **c)** Determinați numerele complexe z penru care $z*z=-5$.

SUBIECTUL AL III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x-\ln(x+1)$.

5p a) Calculați $f'(x),\ x\in(-1,+\infty)$.

5p b) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}$.

5p c) Demonstrați că $\ln(x+1)\le x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

5p a) Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 \dfrac{f(x)+x^2 f(x)}{x^4+1}dx=\dfrac{\pi}{8}$.

5p c) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x-1}\int_1^x f(t)dt$.

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2023
Proba E.c)
Matematică M_*mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_{2023}17+\log_{2023}119+\sqrt{0,0625}=\log_{2023}2023+0,25=$	**3p**
	$=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$.	**2p**
2.	$x_1+x_2=3m-4, x_1x_2=m-3$	**2p**
	$3m-4=2m-6 \Leftrightarrow m=-2$.	**3p**
3.	$2^x(2+2^x-4^x)=0 \Leftrightarrow 2^x(2-2^x)(1+2^x)=0$	**2p**
	Deoarece $2^x>0$, soluția ecuației este $x=1$.	**3p**
4.	Mulțimea $\{0,1,2,...,9\}$ are 10 elemente, deci numărul cazurilor posibile este egal cu 10.	**2p**
	1 este singurul element al mulțimii $\{0,1,2,...,9\}$ care verifică relația $f(n)=0$, deci numărul cazurilor favorabile este egal cu 1.	**2p**
	$P=\frac{nr.\,cazuri\ favorabile}{nr.\,cazuri\ posibile}=\frac{1}{10}$	**1p**

5.	$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$ $BC=18.$	**2p** **3p**
6.	$1+2\sin a\cos a=1+2\sin b\cos b\Rightarrow\sin 2a=\sin 2b$ Cum $a,b\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right), a\neq b,$ obținem $2a=\pi-2b,$ adică $a+b=\dfrac{\pi}{2},$ deci $\sin(a+b)=1.$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&1\\1&1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}1&1&1\\0&0&1\\1&1&1\end{vmatrix}=$ $=0+0+1-0-1-0=0$	**2p** **3p**
b)	$\det\left(A(m)\right)=\begin{vmatrix}1&1&1\\m&m^2&1\\m+1&(m+1)^2&1\end{vmatrix}=m(m-1),$ pentru orice număr real m. Matricea A(m) este inversabilă $\Leftrightarrow\det\left(A(m)\right)\neq 0$ *deci* $m\in\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$	**2p** **3p**
c)	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\lvert\Delta\rvert$, unde $\Delta=\begin{vmatrix}x_A&y_A&1\\x_B&y_B&1\\x_C&y_C&1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&1&1\\m&m^2&1\\m+1&(m+1)^2&1\end{vmatrix}=m(m-1)$ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=1\Leftrightarrow\lvert m(m-1)\rvert=2$, deci $m^2-m=-2,$ *care nu convine, sau* $m^2-m=2,$ de unde obținem $m=-1$ sau $m=2$, care convin	**2p** **3p**
2.a)	$(2+i)*(2-i)=2+i+2-i+(2+i)(2-i)=$ $=4+4-i^2=9$	**3p** **2p**
b)	A = -1+ (a + 1)i −1+ (a - 1)i +(−1 +(a +1)i)(-1+(a − 1)i)= $=-2+2ai+1-(a-1)i-(a+1)i-(a^2-1)=-a^2<0,$ pentru orice număr real a	**2p** **3p**
c)	$2z+z^2=-5\Leftrightarrow z^2+2z+5=0$ $z=-1-2i$ *sau* $z=-1+2i$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'-(\ln(x+1))'=$ $=1-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x}{x+1}, x\in(-1,+\infty).$	**2p** **3p**

b)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(x+1)-\ln 2}{x-1}=$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x+1}=\frac{1}{2}$	**3p**
c)	$f'(0)=0, f'(x)<0,$ pentru orice $x\in(-1,0)$ și $f'(x)>0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**2p**
	$f(x)\geq f(0)\Rightarrow \ln(x+1)\leq x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\ln(x+1)\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}\ln 2.$	**2p**
b)	$\int_0^1\frac{f(x)+x^2f(x)}{x^4+1}dx=\int_0^1\frac{x}{x^4+1}dx=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}arctg(x^2)\Big\|_0^1=\frac{\pi}{8}.$	**3p**
c)	Din regula lui l'Hospital pentru cazul $\frac{0}{0}$, limita cerută este egală cu $\lim\limits_{x\to 1}\frac{(F(x)-F(1))'}{(x-1)'}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\frac{1}{2}$, unde F este o primitivă oarecare a funcției f.	**2p**