

Examenul de bacalaureat
**- simulare județeană
13 februarie 2023**
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

- Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale
- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.


SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(2-\sqrt{20}) + \sqrt{180} = 6$.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - mx + 3$ conține punctul $A(2,5)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x - 3} = \sqrt{2x + 1}$.
- 5p 4. Un obiect costă 1000 de lei. Calculați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$ și $B(2,-2)$. Determinați numărul real a , știind că punctele A, B și $C(4, a)$ sunt coliniare.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în unghiul A cu $AB=6$ și $AC=8$.

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

- 1) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x-1 & -1 \end{pmatrix}$, unde, unde x este un număr real
- 5p a) Arătați că $\det(B(1)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A - 2A = I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = I_2$.
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y + 4$
- 5p a) Arătați că $2020 * (-1) = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $x * y = (x + 1)(y + 1) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați perechile (m, n) de numere întregi pentru care $m * n = 2$.

Probă scrisă la matematică *M_tehnologic*

- Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3$.

5p

a) Arătați că $f'(x) = 5x^2(x - 3)(x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f

5p

c) Demonstrați că $-27 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [0, 3]$.

2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 + 1) - 2$

5p

a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x + 2) dx = 0$.

5p

b) Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 2)e^x dx$.

5p

c) Determinați numărul real pozitiv m , știind $\int_1^2 f(x) dx = m^2 + 1$.

Probă scrisă la matematică *M_tehnologic*

- Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(2 - \sqrt{20}) + \sqrt{180} = 3(2 - 2\sqrt{5}) + 6\sqrt{5} =$ $6 - 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 6$	3p 2p
2.	$f(2) = 5 \Leftrightarrow 2^2 - 2m + 3 = 5$ $2m = 2, \text{ deci } m = 1$	3p 2p
3.	$4x - 3 = 2x + 1 \Rightarrow 2x = 4$ $x = 2, \text{ care convine}$	3p 2p
4.	$\frac{20}{100} \cdot 1000 = 200$ <p>Prețul după scumpire este $1000 + 200 = 1200$ lei</p>	3p 2p
5.	$m_{AB} = -1$ $m_{AC} =$ $\frac{a - 1}{5}, \text{ deci A, B, C sunt coliniare}$ $\Leftrightarrow m_{AB} = m_{AC} \Leftrightarrow$ $a = -4$	2p 3p
6.	$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2}$ $= 24$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$B(1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(1)) = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} =$ $= (-1) \cdot (-1) - 0 \cdot 1 = 1$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$A \cdot A - 2A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$A \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 2x-3 & x-2 \\ x-2 & x-1 \end{pmatrix}, \forall x \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} 2x-3 & x-2 \\ x-2 & x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = 2, \text{ care convine}$	<p>3p</p> <p>3p</p>
2.a)	$2020 * (-1) = 2020 \cdot (-1) + 2020 + (-1) + 4 =$ $= -1 + 4 = 3$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$x * y = xy + x + y + 1 + 3$ $= x(y + 1) + (y + 1) + 3 = (x + 1)(y + 1) + 3, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$(m+1)(n+1)+3=2$ $(m+1)(n+1)=-1 \text{ și ,cum } m \text{ și } n \text{ sunt numere întregi, obținem } (-2,0);(0,-2)$	<p>2p</p> <p>3p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 =$ $= 5x^2(x^2 - 4x + 3) = 5x^2(x - 3)(x - 1), x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$f(1) = 1, f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = 1$	2p 3p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [0, 1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0, 1]$ și $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [1, 3] \Rightarrow f$ descrescătoare pe $[1, 3]$ $f(0) = 0, f(1) = 1, f(3) = -27$, deci $-27 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [0, 3]$	2p 3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) - x + 2) dx = \int_{-1}^1 (x^3 + x - 2 - x + 2) dx = \int_{-1}^1 x^3 dx =$ $= \frac{x^4}{4} \Big _{-1}^1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	3p 2p
b)	$\int_0^1 (f(x) - x^3 + 2) \cdot e^x dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx =$ $= (x - 1) \cdot e^x = e^1(1 - 1) - e^0(0 - 1) = 1$	2p 3p
c)	$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (x^3 + x - 2) dx = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big _1^2 = \frac{13}{4}$ $m^2 + 1 = \frac{13}{4} \Rightarrow m^2 = \frac{9}{4}$ și cum m este număr real pozitiv $\Rightarrow m = \frac{3}{2}$	3p 2p

Probă scrisă la matematică M_tehnologic

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale;
 profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate
 calificările profesionale

Probă scrisă la matematică M_tehnologic

Barem de evaluare și de notare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale;
profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate
calificările profesionale*