Examenul de bacalaureat național 2023
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare februarie

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător–educatoare

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{500}=8\sqrt{5}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$. Aflați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $81^x=3^{x^2}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 9.

5p **5.** Se dau dreptele $d_1: 3x+y-1=0$ și $d_2: (m-1)x+y-3=0$, unde m este număr real. Aflați valorile reale ale lui m pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare.

5p **6.** Fie triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $m(\measuredangle B)=60°$ și $AC=30$. Aflați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II – lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=3xy-x-y+\frac{2}{3}$.

5p **1.** Arătați că $(-2)*(-2)=\frac{50}{3}$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x*y=3\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Arătați că $e=\frac{2}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $3^{x+1}*3^x=\frac{1}{3}$.

5p **6.** Calculați $\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\frac{1}{4}*\ldots*\frac{1}{2023}$.

SUBIECTUL al III – lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & 6\\ -5 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+2aA$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $A\cdot A=A$.

5p **2.** Arătați că $X(-2)+X(2)=2I_2$.

5p **3.** Demonstrați că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+2ab)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **4.** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ este inversabilă.

5p **5.** Arătați că inversa matricei $X(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}-3 & -4\\ \frac{10}{3} & \frac{13}{3}\end{pmatrix}$.

5p **6.** Determinați valorile reale ale lui a pentru care $\det(X(a^2))\le 9$.

Examenul de bacalaureat naţional 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare februarie

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător–educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3\sqrt{5}-5\sqrt{5}+10\sqrt{5}=$ $=8\sqrt{5}$	**3p** **2p**
2.	$x^2-3x+2=0$ $x_1=1, x_2=2$	**2p** **3p**
3.	$3^{4x}=3^{x^2}$ $x^2=4x \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow x=0$ sau $x=4$	**2p** **3p**
4.	Multiplii lui 9 de două cifre sunt: $18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99$ Sunt 10 cazuri favorabile și 90 de cazuri posibile $p=\frac{număr\ cazuri\ favorabile}{număr\ cazuri\ posibile}=\frac{1}{9}$	**2p** **1p** **2p**
5.	$m_{d_1}=-3, m_{d_2}=-m+1$ $m_{d_1}\cdot m_{d_2}=-1 \Leftrightarrow -3(-m+1)=-1 \Leftrightarrow m=\frac{2}{3}$	**2p** **3p**
6.	$tgC=tg30°=\frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{AB}{30} \Leftrightarrow AB=10\sqrt{3}$ $A_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=150\sqrt{3}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II – lea **(30 de puncte)**

1.	$(-2)*(-2)=3\cdot(-2)\cdot(-2)-(-2)-(-2)+\frac{2}{3}=$ $=12+2+2+\frac{2}{3}=\frac{50}{3}$	**2p** **3p**
2.	$x*y=3xy-x-y+\frac{2}{3}=3yx-y-x+\frac{2}{3}=$ $=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci, legea „$*$” este comutativă.	**3p** **2p**

3.	$x * y = 3xy - x - y + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$ $= 3x\left(y - \frac{1}{3}\right) - \left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} = 3\left(y - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice numere reale x și y.	**2p** **3p**
4.	$x * e = x * \frac{2}{3} = 3 \cdot x \cdot \frac{2}{3} - x - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = x$, pentru orice număr real x. $e * x = \frac{2}{3} * x = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot x - \frac{2}{3} - x + \frac{2}{3} = x$, pentru orice număr real x. Deci, $e = \frac{2}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.	**2p** **2p** **1p**
5.	$3\left(3^{x+1} - \frac{1}{3}\right)\left(3^x - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow$ $3^{x+1} - \frac{1}{3} = 0$ sau $3^x - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = -1$, soluții	**2p** **3p**
6.	$\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \dots * \frac{1}{2023} = \left(\frac{1}{2} * \frac{1}{3}\right) * \left(\frac{1}{4} * \dots * \frac{1}{2023}\right) =$ $\frac{1}{3} * \left(\frac{1}{4} * \dots * \frac{1}{2023}\right) = \frac{1}{3}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III – lea **(30 de puncte)**

1.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 36 - 30 & 36 - 30 \\ -30 + 25 & -30 + 25 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} = A$	**3p** **2p**
2.	$X(-2) \cdot X(2) = I_2 - 4A + I_2 + 4A =$ $= 2I_2$	**3p** **2p**
3.	$X(a) \cdot X(b) = (I_2 + 2aA)(I_2 + 2bA) = I_2 + 2bA + 2aA + 4abA^2 =$ $= I_2 + 2aA + 2bA + 4abA = I_2 + 2(a + b + 2ab)A = X(a + b + 2ab)$, pentru orice numere reale a și b.	**2p** **3p**
4.	$X(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12a & 12a \\ -10a & -10a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 12a & 12a \\ -10a & 1 - 10a \end{pmatrix}$ $\det\big(X(a)\big) = (1 + 12a)(1 - 10a) + 120a^2 = 2a + 1$ $X(a)$inversabilă $\Leftrightarrow \det\big(X(a)\big) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$X(1) = I_2 + 2A = \begin{pmatrix} 13 & 12 \\ -10 & -9 \end{pmatrix}$ $X(1) \cdot \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ \frac{10}{3} & \frac{13}{3} \end{pmatrix} = I_2$ $\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ \frac{10}{3} & \frac{13}{3} \end{pmatrix} \cdot X(1) = I_2$, deci, inversa matricei $X(1)$ este matricea $\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ \frac{10}{3} & \frac{13}{3} \end{pmatrix}$.	**1p** **2p** **2p**
6.	$\det\big(X(a^2)\big) = 2a^2 + 1$ (din 4)) $\det\big(X(a^2)\big) \leq 9 \Leftrightarrow 2a^2 + 1 \leq 9 \Leftrightarrow a^2 \leq 4 \Leftrightarrow a \in [-2,2]$	**2p** **3p**