



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2023
CLASA a VIII-a
BAREM DE CORECARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I (7puncte)

Aflați numerele reale x și y pentru care

$$\sqrt{4x^2 - 20x + 34} + \sqrt{4x^2 + 20xy + 25y^2 + 16} \leq 7.$$

Soluție:

$$4x^2 - 20x + 34 = (2x - 5)^2 + 3^2 \dots\dots\dots 2p$$

$$4x^2 + 20xy + 25y^2 + 16 = (2x + 5y)^2 + 4^2 \dots\dots\dots 1p$$

$$\sqrt{(2x - 5)^2 + 3^2} \geq 3 \dots\dots\dots 1p$$

$$\sqrt{(2x + 5y)^2 + 4^2} \geq 4 \dots\dots\dots 1p$$

Condițiile $2x - 5 = 0$ și $2x + 5y = 0$ 1p

Aflarea $x = \frac{5}{2}$ și $y = -1$ 1p

SUBIECTUL II (7puncte)

Aflați numerele reale x pentru care $(x + \frac{1}{x})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 4$.

Soluție

Daca notăm $x + \frac{1}{x} = a$ atunci $x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a$ 2p

Înlocuind în ecuație obținem $a(a^3 - 3a) = 4$ sau echivalent $a^4 - 3a^2 - 4 = 0$ sau încă $(a^2 - 4)(a^2 + 1) = 0$ cu soluțiile $a = \pm 2$ 3p

Din $x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = 1$ 1p

Din $x + \frac{1}{x} = -2 \Rightarrow x = -1$ 1p

SUBIECTUL III (7puncte)

Dreptunghiurile ABCD și AECF se află în plane perpendiculare și au diagonala AC comună. Dacă AC= 40 cm iar BC=CF= 20cm, calculați distanța de F la dreapta BC.

Soluție

Construim perpendiculara FM pe planul (ABC)

$(ABC) \cap (AEC) = AC$ și $(ABC) \perp (AEC) \Rightarrow FM \perp AC$ 1p

$FM = 10\sqrt{3}$ cm..... 1p

Construcția $MN \perp BC$, cu $N \in BC$



$\Delta CMN \sim \Delta CAB$ și aflarea $MN = 5\sqrt{3}$ cm.....3p

Demonstrarea $FN \perp BC$ 1p

Calculul $FN = 5\sqrt{15}$ cm din triunghiul FMN.....1p

SUBIECTUL IV (7puncte)

Un paralelipiped dreptunghic are suma ariilor a câte două fețe alăturate de 32 m^2 , 35 m^2 și respectiv 27 m^2 . Aflați lungimea diagonalei paralelipipedului.

Supliment Gazeta matematică, nr.12 din 2022

Soluție

$Ll + Lh = 32$, $Ll + lh = 35$, $lh + Lh = 27$1p

$2Ll + 2lh + 2Lh = 32 + 35 + 27 \Leftrightarrow Ll + Lh + hl = 47$1p

$Ll = 20$, $lh = 15$, $Lh = 12$2p

$L = 4$ cm, $l = 5$ cm, $h = 3$ cm.....2p

Aflarea diagonalei $d = 5\sqrt{2}$ cm.....1p