



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2023
CLASA a VII-a
BAREM DE CORECARE ȘI NOTARE**

SUBIECTUL I (7puncte)

a) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația:

$$\sqrt{6^2 + 8^2} - \sqrt{(6 + 8)^2} - |x - 1990| = (\sqrt{2})^{20} - 2^{10};$$

b) Aflați numărul natural x știind că:

$$\sqrt{1 + 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \dots + 2 \cdot 3^{2019}} = 3^x.$$

Soluție:

a) $10 - 14 - |x - 1990| = 0$1p

$|x - 1990| = -4$1p

Finalizare1p

b) Calculează suma de sub radical și obține $\sqrt{3^{2020}} = 3^x$2p

Finalizare $x=1010$2p

SUBIECTUL II (7puncte)

a) Arătați că există o pereche de numere naturale nenule (x,y) , cu $x \neq y$, astfel încât: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2023}$;

b) Fie $x, y \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2023}$. Arătați că numărul $a = \sqrt{\left(\frac{x}{7} - 289\right)\left(\frac{y}{7} - 289\right)}$ este pătrat perfect.

Soluție

Scrie relația din enunț sub forma $(x - 2023)(y - 2023) = 2023^2$ 2p

Găsește o soluție folosind divizorii nr. 2023^2 2p

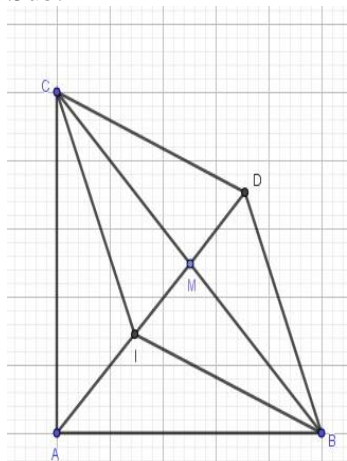
b) $a = \sqrt{\frac{(x-2023)(y-2023)}{49}} = \sqrt{\frac{2023^2}{49}} = \frac{2023}{7} = 289$ 2p

Finalizare1p

SUBIECTUL III (7puncte)

Triunghiul ABC este dreptunghic isoscel, $m(\angle BAC) = 90^\circ$. Fie D simetricul centrului cercului înscris în triunghiul ABC, față de latura BC. Demonstrați că triunghiul ACD este isoscel.

Sub. III



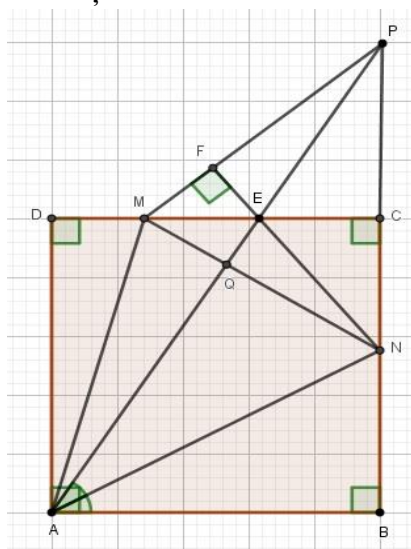
Triunghiul ABC isoscel de bază (BC), deci centrul cercului înscris se află pe mediatoarea laturii BC.....1p
 D este simetricul lui I față de BC, deci BC este mediatoarea segmentului ID..... 1p
 CIBD paralelogram1p
 BC perpendiculară pe ID, deci CIBD romb1p
 Află unghiurile $\angle ACD$ și $\angle ADC$ 2p
 Finalizare1p

SUBIECTUL IV (7puncte)

Fie E un punct pe latura DC a pătratului ABCD, (AN bisectoarea unghiului $\angle EAB$, $N \in BC$ și P punctul de intersecție a dreptelor AE și BC. Perpendiculara din P pe NE intersectează dreapta DC în M. Demonstrați că:

- a) (NA este bisectoarea unghiului $\angle MNB$);
- b) $MN = DM + BN$;
- c) $\angle MAN = 45^\circ$.

Soluție



a) Arată că E este ortocentrul triunghiului PMN, deci PQ perpendiculară pe MN..... 2p
 Arată că $\angle MNA \equiv \angle BNA$ 1p
 b) Arată că $QN \equiv NB$ și $QM \equiv DM$ 2p
 Finalizare1p
 c) Arată că $\angle MAN = 45^\circ$ 1p